

UNTERSUCHUNG ZUR KOHÄRENTEN PIONPRODUKTION

vorgelegt von

Rolf Hupke

aus Düsseldorf

*Düss
Erlangen
1987*

1985 # 205

UNTERSUCHUNG ZUR KOHÄRENTEN PIONPRODUKTION IM KERN-KERN-STOSS

Den Naturwissenschaftlichen Fakultäten
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen - Nürnberg

zur

Erlangung des Doktorgrades

vorgelegt von

Rolf Hupke

aus Düsseldorf

Als Dissertation genehmigt von den Naturwissenschaftlichen
Fakultäten der Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der mündlichen Prüfung: 20. November 1984

Vorsitzender der Promotionskommission:

Professor Dr. K. Brodersen

Erstberichterstatte: Professor Dr. M.G. Huber

Zweitberichterstatte: Professor Dr. C. Toepffer

INHALTSVERZEICHNIS

1. KERN-KERN-REAKTIONEN

- 1.1. Experimenteller Überblick
- 1.2. Theoretische Klassifikation
- 1.3. Die Pionproduktion im Kern-Kern-Stoß

2. DIE BOSONISCHE FUSION

- 2.1. Grundsätzliche Problemstellung
- 2.2. Reaktionstheorie der bosonischen Fusion
- 2.3. Das spezielle Reaktionsmodell der pionischen Fusion
- 2.4. Kernstruktur und Auswahlregeln

3. KONSTRUKTION DES WECHSELWIRKUNGSOPERATORS

- 3.1. p-Wellen-Rückstreuung
 - 3.1.1. Der resonante Anteil ($D\Delta$)
 - 3.1.2. Der nichtresonante Anteil
 - 3.1.2.1. Der gekreuzte Δ -Term ($C\Delta$)
 - 3.1.2.2. Der direkte Born-Term (DB)
 - 3.1.2.3. Der gekreuzte Born-Term (CB)
 - 3.1.3. Zusammenfassung der p-Wellen-Rückstreuung
- 3.2. Die s-Wellen-Rückstreuung
- 3.3. Der Gesamtoperator für Projektilemission
- 3.4. Die Targetemission
- 3.5. Der totale Modellhamiltonian

4. DIE ASYMPTOTISCHEN KANÄLE

4.1. Der Eingangskanal

4.2. Der Ausgangskanal

5. DIE T-MATRIX - ABLEITUNG UND DISKUSSION

6. DIE ALLGEMEINE STRUKTUR DES DIFFERENTIELLEN WIRKUNGS- QUERSCHNITTES

7. SPEZIELLE ANWENDUNGEN

7.1. Die Reaktion $p + p \rightarrow d + \pi^+$

7.2. Die Reaktion ${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^6\text{Li} (J^\pi) + \pi^+$

7.3. Die Reaktion ${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Li} (J^\pi) + \pi^+$

7.4. Die protoninduzierte Pionproduktion an
komplexen Kernen

8. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

ANHÄNGE:

A1 Kinematik der pionischen Fusion

A2 Der orbitale Wellenfunktionsanteil

A3 Spin-Isospin-Operatoren

A4 Entwicklung der internen Fragmentfunktionen

A5 Berechnung der T-Matrix

A6 Ableitung des differentiellen Wirkungsquerschnittes

A7 Berechnung der Vielteilchenmatrixelemente

Digitized by the Internet Archive
in 2026

EINLEITUNG

Das Gebiet von Schwer- und Leichtionenreaktionen umfaßt ein weites Spektrum physikalischer Phänomene, deren experimentelle und theoretische Untersuchung zu einem tieferen Verständnis konventioneller Kernstrukturasspekte als auch der Bedeutung subnuklearer Quarkfreiheitsgrade in komplexen nuklearen Systemen führt. Mit der Errichtung neuer Beschleuniger wurden die experimentellen Aktivitäten auf diesem Forschungsgebiet intensiviert und entscheidend vorangetrieben.

Betrachtet man die Energie als Maßstab, so lassen sich grob drei Hauptgebiete, die Nieder-, Mittel- und Hochenergie-Schwerionenphysik unterscheiden. Natürlich sind die Grenzen dieser verschiedenen Teilgebiete fließend und die entsprechenden physikalischen Fragestellungen übergreifend. Dennoch soll im folgenden versucht werden, die zentralen Ziele der einzelnen Teilgebiete kurz darzustellen. Selbstverständlich kann ein derartiger Überblick nur eine subjektive Auswahl darstellen und keinen Anspruch auf Vollständigkeit erheben.

i) Kern-Kern-Reaktionen bei niederen Energien:

Unter diesem Bereich werden i.a. Kern-Kern-Stöße bei Energien von einigen MeV pro Nukleon (MeV/A) verstanden. Selbstverständlich stehen hierbei Kernstrukturuntersuchungen im Vordergrund, wie z.B. Multinukleonentransfer oder die Untersuchung von Kernmolekülen.

Mit der Synthese neuer Isotope an den Grenzen der Stabilität ($Z = 107 - 109$; (Hof 84)) eröffnete sich hier ein neues Forschungsgebiet, das der kalten Fusionsreaktionen. Hierbei ist

das grundlegende Prinzip, Target und Projektilkerne so zu wählen, daß durch den Q-Wert der entsprechenden Reaktion der fusionierte Kern möglichst kalt, d.h. in einem niedrigen Anregungszustand, gebildet wird. Zusätzlich hat die spektroskopische Verwandtschaft des fusionierten Kernels mit der Fragmentation des Eingangskanals entscheidenden Einfluß auf die Fusionsrate. Schwerpunkte der experimentellen Aktivitäten liegen an der GSI (Darmstadt) bzw. am Vicksy (Berlin).

ii) Kern-Kern-Reaktionen bei mittleren Energien:

Bei Schwerionenreaktionen in diesem Energiebereich steht die Produktion von Bosonen und die Emission schneller Nukleonen bzw. leichter Fragmente aus dem Reaktionsvolumen im Vordergrund. Experimentelle Untersuchungen dazu konzentrieren sich auf folgende Labors: SATURNE (Saclay), CERN, TRIUMF (Vancouver), IUCF (Bloomington), MSU (East Lansing). Die Pionenschwelle von 140 MeV steckt hier eine natürliche Grenze für die Gesamtenergie des entsprechenden Kern-Kern-Stoßes.

In den letzten Jahren kristallisierte sich vor allem auch die Pionproduktion im Kern-Kern-Stoß als ein Arbeitsschwerpunkt heraus, wobei die Betonung sowohl experimentell als auch bei der theoretischen Analyse auf der inklusiven Produktion lag. Erst in jüngster Vergangenheit wurde durch ein grundlegendes Experiment der Orsay-Gruppe (Bor 81) das Interesse an der exklusiven Produktion von Mesonen entscheidend stimuliert. Da die Untersuchung dieses speziellen Gesichtspunktes das eigentliche Ziel dieser Arbeit ist, soll auf eine eingehendere Diskussion an dieser Stelle verzichtet werden.

iii) Kern-Kern-Reaktionen bei hohen Energien:

Dieser Bereich ist charakterisiert durch Energien von einigen GeV/A bis einige 100 GeV/A. Typische Vertreter experimenteller Anlagen sind das BEVALAC (Berkeley) und der Schwer-

ionenbeschleuniger in Dubna. Entsprechend diesen immensen Energien zielen die Fragestellungen vornehmlich auf die Erforschung von Kernmaterieeigenschaften bei hohen Temperaturen und großen Dichten ab; in diesem Zusammenhang ist das mögliche Auftreten von Phasenübergängen baryonischer Materie von speziellem Interesse. Zur theoretischen Beschreibung dieser Phänomene bedient man sich vornehmlich thermodynamischer bzw. hydrodynamischer Konzepte.

In diesem Rahmen werden insbesondere die Existenz von Quark-Gluon-Plasmen (Sat 82) und von Schockwellen (Stö 82) intensiv diskutiert.

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit einer speziellen Klasse von Reaktionen, den kohärenten Kern-Kern-Stößen. Es ist ein Kennzeichen dieses jungen Forschungsgebiets, daß hier sowohl detaillierte Kernstruktureigenschaften als auch die Anregung von Quarkfreiheitsgraden gebundener Nukleonen wichtig zum Verständnis dieser Prozesse sind.

Am Beispiel der pionischen Fusion, d.h. der exklusiven Pionproduktion im Kern-Kern-Stoß, wird prinzipiell das Auftreten kooperativer Mechanismen demonstriert.

Nach einer ausführlichen Zusammenstellung der Phänomene der Kern-Kern-Reaktionen in Kapitel 1 folgt in Kapitel 2 eine allgemeine Reaktionstheorie zur bosonischen Fusion, die schließlich am Beispiel der pionischen Fusion konkretisiert wird. Unter Verwendung dieser Ergebnisse und der bekannten Pion-Nukleon-Wechselwirkung wird in Kapitel 3 ein Vielteilchenoperator konstruiert, der eine mikroskopische Beschreibung der kohärenten Pionproduktion ermöglicht. Schließlich wird in Kapitel 5 unter Verwendung der asymptotischen Reaktionskanäle aus Kapitel 4 die T-Matrix abgeleitet und die explizite Berechnung der differentiellen Wirkungsquerschnitte in Kapitel 6 ausgeführt.

Der quantitative Test dieses Vielteilchenmodells erfolgt in Kapitel 7 anhand einiger ausgewählter pionischer Fusionsreaktionen. Der mathematische Aufwand im Hauptteil wird auf die wesentlichen Punkte reduziert, um stets eine möglichst große Transparenz der Darstellung zu gewährleisten. Einzelne komplexe Zusammenhänge sind den entsprechenden Anhängen zu entnehmen.

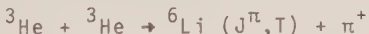
1. KERN-KERN-REAKTIONEN

1.1. Überblick

Abgesehen von radionuklearen Experimenten, war bis Anfang der 60-er Jahre nur wenig über Schwerionenreaktionen bekannt. Erst mit der Errichtung neuer Schwerionenfabriken wie z.B. GANIL (Caen), SATURNE (Saclay), oder auch der GSI (Darmstadt), wurde eine systematische experimentelle Untersuchung von Kern-Kern-Reaktionen im Mittlerenergiebereich ermöglicht

Als ein herausragendes Ergebnis muß hier die Produktion und der Nachweis des Elementes 107 (Arm 81) an der GSI erwähnt werden. Die Reaktion $^{209}\text{Bi} (^{54}\text{Cr}, n) ^{262}107$ erfolgte bei einer Projektilenergie von 4,85 MeV pro Nukleon; diese niedrige Einschubenergie führte zu dem Terminus der kalten Fusion. Ein weiteres bemerkenswertes, wenn auch weniger spektakuläres kaltes Fusionsexperiment stammt von Sandorfi et al. (San 81): $\alpha + ^{12}\text{C} \rightarrow ^{16}\text{O} (J^\pi) + \gamma$ bei α -Energien bis 45 MeV. Über das gemessene γ -Spektrum zeigte sich klar, daß der fusionierte Kern ^{16}O in einem definierten Endzustand mit Drehimpuls J^π verbleibt.

Eine ähnliche Situation finden wir im Experiment von Le Bornec et al. (Bor 81) vor:



Gemessen wurde bei $T_{\text{lab}} = 270$ MeV, also knapp über der Pionschwelle. Auch in dieser Reaktion trägt ein Boson, hier das Pion, die überschüssige Energie fort und hinterläßt das gebildete ^6Li in definierten, niederenergetischen Endzuständen. Begründet durch die extreme kinematische Situation ist es klar, daß das emittierte Pion nicht einfach in einem quasi-freien Nukleon-Nukleon-Stoß produziert werden kann, sondern daß ein kooperatives Zusammenspiel aller beteiligten Nukle-

onen erforderlich ist.

Wie auch noch im Folgenden erläutert wird, lassen sich aus der Determinanz dieser bosonischen (d.h. das Ejektil ist ein α , γ , π , ...) Fusionsreaktion subtile Erkenntnisse, wie einerseits über Kernaufbau oder Kernstruktur und andererseits über Aspekte des Reaktionsmechanismus gewinnen.

Es soll hier aber nicht der Anschein erweckt werden, daß das ausschließliche Interesse der Kern-Kern-Reaktionsstudien der Fusion gilt. Weit mehr Augenmerk wird von der herkömmlichen Schwerionenphysik auf Vielteilchentransferreaktionen und auf die Suche nach Kernmolekülen gelegt. Es wäre vermessen, aus der Vielzahl dieser Experimente einzelne speziell zu diskutieren, deshalb sei dazu auf einen Übersichtsartikel von Bromley (Bro 83) verwiesen.

Um die experimentellen Aktivitäten abzurunden, soll noch etwas ausführlicher auf das Studium der Kernmaterie eingegangen werden (Sat 82). Das Ziel der sogenannten ultrarelativistischen Schwerionenphysik liegt darin, immer schwerere Kerne mit immer größerer Energie aufeinanderzuschießen um das Energieverhalten der Kerndichte zu studieren, d.h. aus der ursprünglich großen Anzahl von Observablen interessiert man sich hier nur für die relative Kerndichte. Hier werden sofort die konzeptionellen Unterschiede der Schwerionenphysik zur Kernphysik, vor allem aber zur Elementarteilchenphysik deutlich. Während man hier, auch in zum Teil hochenergetischen Wenig-Teilchen-Experimenten nach seltenen, d.h. informationsreichen Reaktionen sucht, also exklusiv mißt, interessieren in der Schwerionenphysik in der Regel nur inklusive Observable, d.h. hochgradig gemittelte Größen.

Eine der interessanten Fragestellungen aus diesem Bereich ist die nach der Existenz des Pion-Kondensates (Wei 82). Dazu geht man von der Vorstellung aus, daß der Kern ab ca. dem Doppelten seiner normalen Massendichte einen Phasendurchgang durchläuft und ein makroskopisches Pionfeld erzeugt,

ähnlich dem elektromagnetischen Feld in einem Laser. Jedoch wurde bis heute keine experimentelle Bestätigung für solch einen "Kernlaser" gefunden.

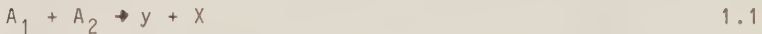
Ob es dem spektakulärsten Aspekt der Kernmaterie-Untersuchungen, dem Quark-Gluon-Plasma ähnlich ergeht, wird wohl erst in einigen Jahren zu klären sein. Dazu müssen zunächst die gigantischen Beschleuniger (Bevalac, Dubna) mit vielen GeV/A in Betrieb genommen sein, um folgende Vorstellung eventuell zu bestätigen. Bei sehr hohen Energien (10 GeV/A) und hohen Dichten ($\mathcal{G} \approx 10 \cdot \mathcal{G}_0$) wird erwartet, daß die Quarks ihr Confinement aufbrechen können, womit u.a. die chirale Symmetrie wieder gewährleistet ist und mit den Gluonen sodann ein Quark-Gluon-Plasma ausbilden, womit das System vollständig thermalisiert ist, d.h. die zur Verfügung stehende Energie ist gleichmäßig auf alle verfügbaren Freiheitsgrade verteilt. Es findet also erneut ein Phasenübergang statt. Dies wäre natürlich ein prominenter und manifestierter Hinweis auf ein kollektives Verhalten der Kernmaterie.

Heute ist bereits aus dieser Fragestellung ein autonomes Forschungsgebiet geworden, (Sat 82, Naj 83) welches Kern-, Teilchen- und statistische Physik eng korreliert und mit der Gittertheorie der QCD (Wil 77) den momentan wohl hoffnungsvollsten Weg gefunden hat, die starke Wechselwirkung von hohen bis zu niedrigen Temperaturen, d.h. vom Quark-Gluon-Plasma bei kleinen Abständen bis hinunter zur Hadronenphysik zu verstehen.

1.2. Theoretische Klassifikation

Wie bereits aus der kurz umrissenen experimentellen Situation klar wurde, lassen sich die Fragestellungen auf dem Gebiet der Kern-Kern-Reaktionen wohl auch theoretisch in drei Gruppen aufgliedern. Wie wir zuletzt sahen, ist eine eng mit der thermodynamischen Beschreibung der QCD verknüpft; diesen Gesichtspunkt wollen wir im Rahmen der Arbeit aber nicht weiter verfolgen. Ganz im Gegensatz zu der ultrarelativistischen Betrachtung steht die Gruppe der Experimente, die unter dem Begriff der kalten Fusion, wie das von Armbruster et al. (Arm 81), bekannt wurden. Da der Schwerpunkt der Arbeit auf diesen so genannten kooperativen Kern-Kern-Reaktionen liegt, wollen wir uns den Zugang dazu über eine konträre Betrachtungsweise verschaffen.

Wir wollen deshalb zuerst den Informationsinhalt einer Einzelteilchen Inklusivreaktion schematisch diskutieren:



Dies ist eine Kernreaktion in der nur ein einziges von vielen auslaufenden Teilchen detektiert wird ohne über das Rest-System X eine weitere Aussage zu machen.

Wenn der Ausgangskanal ($N - 1$) unbeobachtete Teilchen enthält (s. Fig. 1)



dann ist der inklusive Wirkungsquerschnitt gegeben durch:

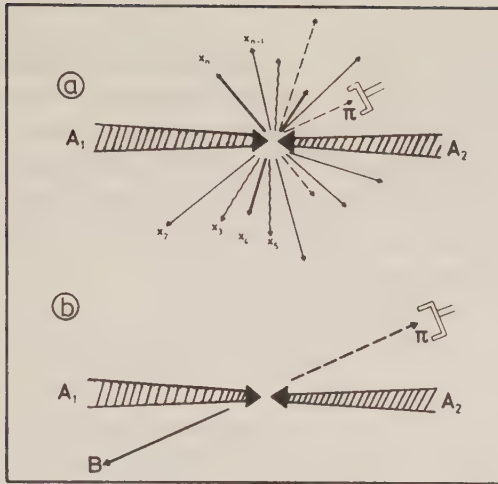


Fig. 1: Schematische Darstellung einer hochgradig inklusiven (a), bzw. einer exklusiven (b) Kern-Kern-Reaktion

$$\begin{aligned} \frac{d^3 \sigma^{(N)}}{d^3 k_y}(\varepsilon_y, \vartheta_y) &= \int \dots \int d^3 k_2 \cdot d^3 k_3 \dots d^3 k_n \cdot \\ &\cdot \left| T^{(N)}(\underline{k}_y, \underline{k}_2, \underline{k}_3, \dots, \underline{k}_n) \right|^2 \cdot \\ &\cdot \delta(E^{CM} - \varepsilon_y - E_x) \cdot \delta^3(\underline{k}_y - \sum_{i=2}^N \underline{k}_i) \end{aligned} \quad (1.3)$$

Ausgehend vom Schwerpunkt-(CM)-System der zwei kollidierenden Kerne wird der größte Teil der vorhandenen Energie in der Form von kinetischer und Anregungsenergie vom unbeobachteten System X abgeführt. Wegen der großen Anzahl der unbeobachteten Teilchen ist es möglich die Abhängigkeit der T-Matrix von den einzelnen Impulsen $k_2, \dots, k_N$ zu vernachlässigen und das Integral durch das Produkt einer mittleren Übergangsamplitude $T^{(N)}(\varepsilon_y, \vartheta_y)$ und der entsprechenden Dichte der Zustände $\rho_1^{(N)}(\varepsilon_y, \vartheta_y)$ zu ersetzen. Somit kann für Gleichung 1.3 geschrieben werden:

$$\frac{d^3 \sigma^{(N)}}{d^3 k_y}(\varepsilon_y, \vartheta_y) = \overline{\left| T^{(N)}(\varepsilon_y, \vartheta_y) \right|^2} \cdot \rho_1^{(N)}(\varepsilon_y, \vartheta_y) \quad (1.4)$$

Ferner läßt sich die Anzahl N der auslaufenden Teilchen in der Regel auch nicht bestimmen. Weiterhin ist diese Anzahl auch energieabhängig $N = N(E_X)$. Somit bleibt zur Beschreibung dieser Reaktion nur ein Zugang mittels der statistischen Physik. Dazu wollen wir das System als ein großkanonisches Ensemble ansehen, um somit den Wirkungsquerschnitt aus Gl. 1.4 über alle Werte von $N - 1$ zu mitteln. Somit erhalten wir:

$$\frac{d^3\sigma^{(N)}}{d^3k_y}(\epsilon_y, \nu_y) = \overline{|T(\epsilon_y, \nu_y)|^2} \cdot g_1(\epsilon_y, \nu_y) \quad (1.5)$$

Diese hochgradig, d.h. über alle unbeobachteten Teilchen ($N - 1$), gemittelte T-Matrix reflektiert nur noch die Grobstrukturen der Reaktionsdynamik. Sie ist nur schwach von der Anregungsenergie E_X (X) abhängig, da ϵ_y klein verglichen zu E_{CM} ist. Somit modifiziert die T-Matrix nur wenig den dominanten Phasenraumfaktor, der seinerseits wieder stärker mit der Anregungsenergie variiert. Es bleibt festzuhalten, daß bei derart inklusiven Experimenten durchaus die Gefahr besteht, nicht viel mehr als den Phasenraum zu messen!

Ein typisches Beispiel eines Einarm-Spektrums ist in Fig. 2 gezeigt; es besteht aus zwei Anteilen:

- einem inklusiven Anteil, der die soeben diskutierten Vielteilchenzustände ($N > 2$) reflektiert
- einem exklusiven Anteil bei kleinen Anregungsenergien. Hier liegt ein definierter Zweiteilchen-Endzustand ($N = 2$) vor, wobei das unbeobachtete Objekt, also X , in einem gebundenen Zustand verbleibt.

Das Verhalten des exklusiven Anteils wird somit drastisch von den Eigenschaften des Zustandes des Restsystems dominiert. Damit wird auch die T-Matrix stark abhängig von der Energie

des detektierten Teilchens. Dies ermöglicht eine detaillierte Untersuchung des Reaktionsmatrixelements, im Gegensatz zu der oben diskutierten Grobstruktur bei inklusiven Messungen. Es darf aber nicht übersehen werden, daß die in exklusiven Messungen erzielten Wirkungsquerschnitte oft nur die untere Grenze des experimentell Möglichen erreichen.

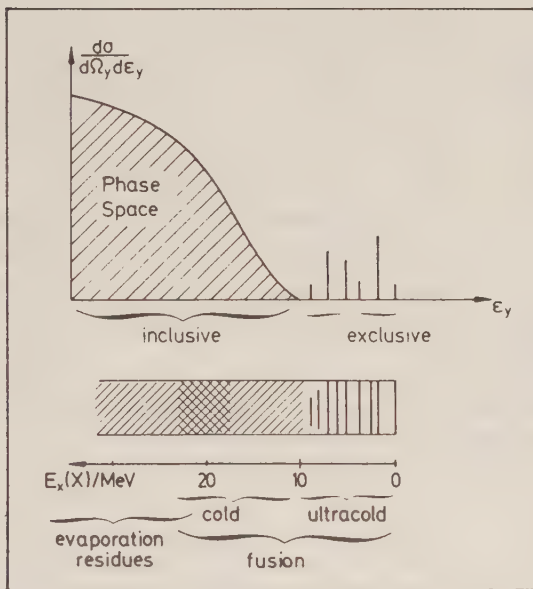


Fig. 2: Schematische Darstellung des inklusiven und exklusiven Einarmspektrums in Kern-Kern-Reaktionen

In der nachfolgenden Tabelle 1 werden schließlich nochmals die wesentlichen Eigenschaften bzw. Begriffe der Schwerionenphysik gegenübergestellt.

	inklusiv	exklusiv
Zählrate	groß	klein
Entropie	groß ($S/A \approx 4$) (Sto 83)	klein (= 0.0)
Informationsgehalt	klein	groß
"Temperatur"	heiß	(ultra)kalt
Reaktions- mechanismus	inkohärent kumulativ	kohärent kooperativ kollektiv

Tabelle 1: Gegenüberstellung der wesentlichen Eigenschaften
bzw. Begriffe der Schwerionenphysik

1.3. Die Pionproduktion im Kern-Kern-Stoß

Am Beispiel der Pion-Produktion im Kern-Kern-Stoß soll das vorher Gesagte noch kurz aus den verschiedenen Blickrichtungen beleuchtet werden.

In Fig. 3 ist das inklusive π^- Spektrum der Reaktion ${}^3\text{He} + {}^6\text{Li} \rightarrow \pi^- + X$ dargestellt (Asl 79). Hier spiegelt sich das schematische Bild von Fig. 2 in recht eindrucksvoller Weise experimentell wider.

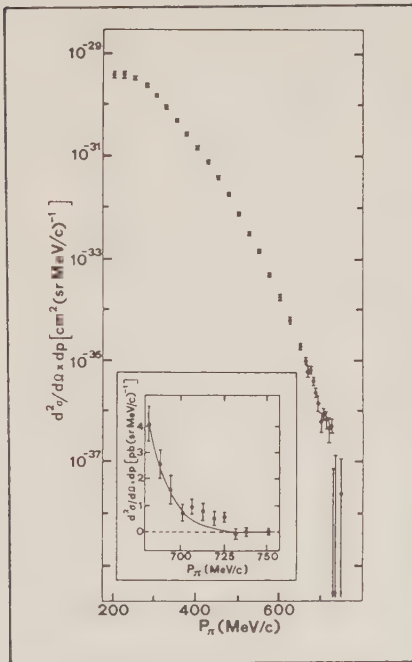


Fig. 3:
Das Pionspektrum der
Reaktion
 ${}^3\text{He} + {}^6\text{Li} \rightarrow X + \pi^-$
(Asl 79)

Die Kurve zeigt bis $p_\pi \approx 700$ MeV/c einen glatten Abfall, bis auf einen Punkt: bei ca. 675 MeV/c zeigt sich eine kleine Struktur, die die Autoren mit der Reaktion ${}^3\text{He} + {}^6\text{Li} \rightarrow {}^7\text{Be} + \pi^- + d$

bedingt durch eine α -d-Konfiguration von ${}^6\text{Li}$, begründen. Jedoch ab 700 MeV/c zeigt sich, vor allem in dem kleinen Detailbild, eine deutliche Abweichung von der ursprünglichen Kurve. Aslanides (Asl 79) diskutiert die experimentelle Situation in seinem Artikel sehr detailliert, kann daher instrumentelle Unsicherheiten bezüglich der vier Meßpunkte zwischen 700 und 725 MeV ausschließen und kommt somit zu dem Ergebnis, daß diese Ereignisse die Reaktion ${}^3\text{He} + {}^6\text{Li} \rightarrow {}^9\text{C} + \pi^-$ widerspiegeln. Aufgrund der etwas schlechten Impulsauflösung konnte man zwar nicht angeben, in welchem Endzustand das ${}^9\text{C}$ gebildet wurde, aber man hat doch mit diesem Experiment das charakteristische Verhalten der Kern-Kern-Reaktionen in seinem exklusiven und seinem inklusiven Anteil eindrucksvoll dokumentiert.

Heute existiert zur Beschreibung des inklusiven Spektrums eine Anzahl verschiedenster theoretischer Modelle.

Ein erster Zugang geht auf Fermi zurück (Fer 50). Hier bediente man sich der Vorstellung, daß die intrinsische Nukleonenbewegung eine Pionproduktion mittels elementarer N-N-Stöße ermöglicht. Beschrieben wurde der Prozeß somit via einer N-N-Einfachstreuung in einem Independent Particle Model (Ber 77). In diesem Einteilchenbild müssen für die kollidierenden Nukleonen jedoch sehr hohe intrinsische Impulskomponenten gefordert werden, um die Pionproduktion zu gewährleisten. Mit dem Zugang zu höheren Einschußenergien hat sich jedoch mittlerweile gezeigt, daß diese Vorstellung der Pionproduktion mittels einzelner N-N-Stöße um so unrealistischer wird, je weiter man von der Pionschwelle entfernt ist, insofern, daß es unmöglich ist, Produktionsraten oder die Form des Spektrums richtig zu beschreiben.

Ein interessanter Zugang zu dieser Problemstellung wurde in den letzten Jahren von Vasak (Vas 80) mit dem Modell der Pion-Bremsstrahlung eröffnet. Hier faßt man die Pionen als

ein klassisches Feld auf, und die Dynamik der Schwerionenreaktionen führt zur Emission von Strahlung analog zur klassischen Bremsstrahlung. Die beschleunigte Kernmaterie ist die Quelle dieser kollektiven Emission, die in einer einfachen klassischen Stoßnäherung unter Vernachlässigung von Quantenfluktuationen beschrieben wird. Diese Annahme erscheint dann gerechtfertigt, wenn die Pionen mittels eines kollektiven Prozesses unter Zusammenwirken einer hinreichenden Anzahl von Nukleonen, also nicht eines einzigen, produziert wird. Im Gegensatz zum vorangehenden Modell wird die Pionproduktion hier mit einer makroskopischen Eigenschaft des Kerns, dem klassischen Pionfeld, korreliert.

Schließlich soll ein mikroskopisches Modell von J. Knoll (Kno 84) zur Beschreibung der inklusiven Produktion langsamer Pionen vorgestellt werden, das nicht nur bei diesem Autor den Beinamen "Subthreshold Pion Production" führt. Hierbei läßt man sich zunächst von der Vorstellung leiten, daß das Pion auch bei der Kern-Kern-Reaktion in einem $NN \rightarrow NN\pi$ Übergang produziert wird (siehe Figur 4a).

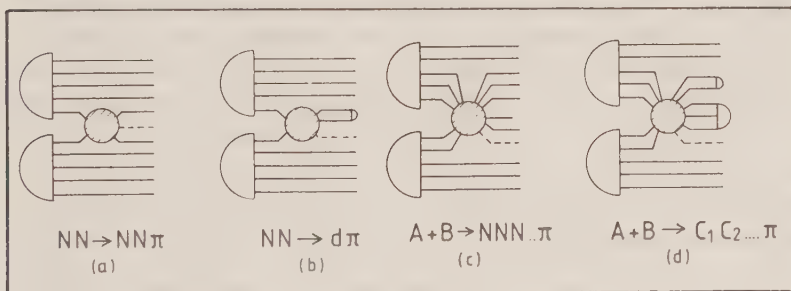


Fig. 4: Graphische Darstellung der verschiedenen möglichen Pionproduktionsmechanismen gemäß (Kno 84)

Jedoch ist bereits aus dem Fermiansatz bekannt, daß diese Beschreibung nicht ausreichend ist. Daher berücksichtigen Knoll et al. in ihrem Modell weiterhin noch die Pionproduktion im Cluster-Cluster-Stoß (Figur 4b - c). Für die einzelnen Fragmentreaktionen wird über eine Kaskadenrechnung (Cug 81) der entsprechende Wirkungsquerschnitt $\sigma_{AB}^{(M,N)}$ ermittelt. Schließlich wird über alle möglichen beitragenden Clusterkombinationen inkohärent summiert:

$$E \cdot \frac{d^2\sigma}{d^3p} = \sum_{M,N \geq 1} \frac{R_A R_B}{M! N!} \sigma_{AB}^{(M,N)} \cdot F_{MN}(p) \quad (1.8)$$

Die Summationsindizes M und N entsprechen jeweils der Anzahl der Nukleonen aus Projektil A bzw. Target B, die pro Clusterung an Pionproduktionsreaktionen beteiligt sind.

Es stellte sich heraus, daß erst ein "Einfrieren" von Freiheitsgraden im Endkanal, d.h. eine Emission größerer Kernfragmente statt freier Nukleonen, die experimentellen Daten (Jak 83, siehe Figur 5) hinreichend gut beschreiben kann. Dieses Phänomen deutet klar auf ein kooperatives Zusammenspiel der Nukleonen, d.h. die Wichtigkeit von Viel-Teilchenprozessen hin.

Obige Aussage belegen die Autoren in Figur 5, speziell im Vergleich der Kurven c mit d bzw. e. In Kurve c wird das Pion mit freien Nukleonen emittiert, wogegen in Kurve d (e) Fragmente mit einer Massenzahl von zwei (drei) emittiert werden.

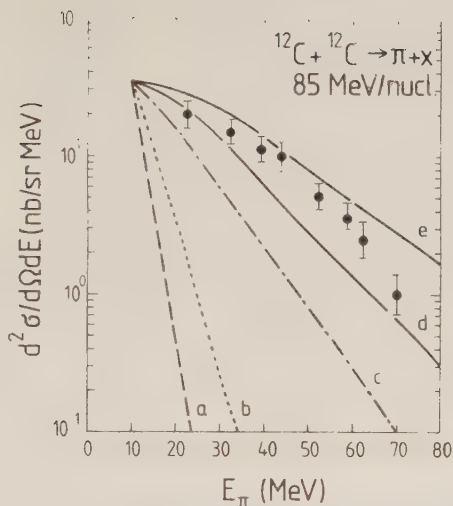
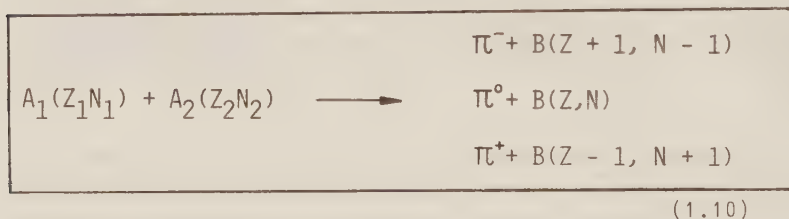


Fig. 5:
Der Einfluß der be-
rücksichtigten Frei-
heitsgrade von Gl.
(1.8) für 2 (a) bzw.
3 (e) produzierte
Fragmente (Kno 84);
experimentelle Daten
von (Jak 83)

Wie Fig. 5 weiter entnommen werden kann, ist das Experiment (Jak 83) $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C} \rightarrow \pi + X$ bei einer Energie von 85 MeV pro Nukleon durchgeführt worden. Ausgehend von der Vorstellung, daß das Pion im freien Nukleon-Nukleon-Stoß produziert wird, liegt diese Einschußenergie $(140 - 85) \text{ MeV}$ unterhalb der Teilchenschwelle. Hierin ist die Ursache für den Terminus der "Subthreshold Pion Production" zu finden. Wie sich jedoch bereits mehrfach herauskristallisierte liegt der Pionproduktion im Kern-Kern-Stoß ein kooperativer Reaktionsmechanismus zugrunde, an dem sich prinzipiell alle Nukleonen beteiligen müssen. Daher muß von der historisch bedingten Vorstellung der Gleichverteilung der Energie auf alle Nukleonen Abstand genommen werden. Unter diesem Aspekt entspricht die Einschußenergie des hier exemplarisch diskutierten Experiments von 85 MeV/A einer totalen CM-Energie von 510 MeV. Diese Energie würde jedoch die Produktion von neuen Pionen erlauben, womit auch die Phrase "Subthreshold" ad absurdum geführt wäre. Soviel also zur Semantik.

Nachdem nun das inklusive Einarmspektrum von Kern-Kern-Reaktionen am Beispiel der Pion-Produktion etwas detaillierter beleuchtet wurde, wollen wir unser Augenmerk endgültig auf den exklusiven Anteil des Spektrums legen.

Aufgrund des, nicht nur durch die Kinematik, wohldefinieren Endkanals, resultiert als einzig möglicher Prozeß die Fusion der Fragmente A_1 und A_2 zum Kern B_v im Zustand v unter Emission eines mehr oder weniger schnellen Pions:



Dieser Reaktionstypus erlangte unter dem Begriff der
"Pionischen Fusion"

große Bedeutung (Kli 81a, Hub 82, Hub 83). Die Pionische Fusion integriert sich insofern nicht in den Rahmen der konventionellen Kern-Kern-Reaktionen, da letzterer Bereich vollständig von der Thermalisierung der kinetischen Energie, d.h. der Verteilung der Energie auf alle möglichen Freiheitsgrade der Nukleonen, geprägt ist. Es dürfte in der Tat beliebig unwahrscheinlich sein, die einmal dissipierte Energie wieder auf einen Freiheitsgrad des Pionfeldes zu konzentrieren. Es kristallisiert sich klar heraus, daß tatsächlich ein Bedürfnis besteht, eine konzeptionelle Alternative zur konventionellen, statistischen Behandlung zu entwickeln. Diese Problemstellung wurde erstmalig von Huber und Dillig (Hub 78) vorgeschlagen, formuliert und qualitativ diskutiert. Der Formalismus wurde von Klingenbeck (Kli 81b) entwickelt und sodann auf eine spezielle Reaktion angewandt (Kli 81a).

Für diese Klasse der Pionproduktion in exklusiven Kern-Kern-Reaktionen existiert neben dem der pionischen Fusion ein weiteres semiphänomenisches Modell. Es wurde von J. Germond und C. Wilkin speziell für Reaktionen des Typus $A(^3\text{He}, \pi^+)B$ entwickelt. Dieses Modell (GEW 81, 83) bedarf experimenteller Daten der Reaktion $^3\text{He}(p, \pi^+)^4\text{He}$ und einer Cluster-Zerlegung als wesentlichen Input.

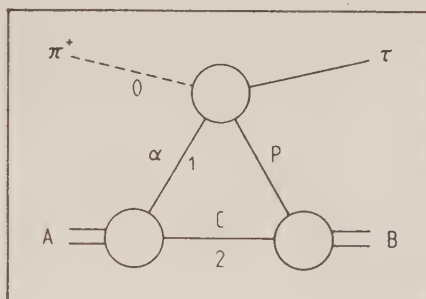


Fig. 6: Repräsentation des Modells von (GEW 81) für die $A(\pi^+, ^3\text{He})B$ -Reaktion

Als konzeptionelle Basis dient die Annahme, daß das ^6Li aus einem α -Core plus einem Proton-Neutronpaar aufgebaut ist. Der Reaktionsmechanismus setzt sich aus einem Protonenpickup am Targetkern und einem α -Einfang des Zwischensystems unter Emission des reellen Pions zusammen. Diese Streuamplitude des $^3\text{He}(p, \pi^+)\alpha$ -Vertices dient nun als experimentelle Information zur Beschreibung des differentiellen Wirkungsquerschnitts. Aufgrund der bislang selbst auferlegten Beschränkung auf ^3He -induzierte Fusionsreaktionen wird diese alternative Betrachtungsweise von Germond und Wilkin erst wieder bei der Diskussion der Anwendungen in Kap. 7 Erwähnung finden.

Bevor wir unser spezielles Modell zur pionischen Fusion eingehend vorstellen, soll zuerst noch kurz die experimentelle Situation beleuchtet und sodann die allgemeine Reaktionstheorie besprochen werden.

2. DIE PIONISCHE FUSION

Wie bereits kurz ausgeführt wurde, handelt es sich hier um einen Kern-Kern-Stoß, bei dem die gesamte, dem System verfügbare Energie im Eingangskanal in das Pionfeld transferiert wird, unter Vereinigung von Projektil- und Targetkernen zu einem neuen Rückstoßkern. Bei diesem speziellen Fusionsprozeß handelt es sich um ein Beispiel aus der großen Klasse der sogenannten "Kooperativen Kernreaktionen". Im Gegensatz zur makroskopischen Vorstellung, die also von der Bildung eines Compoundsystems geprägt ist, liegt bei den kooperativen Reaktionen die Betonung mehr auf Fragment- bzw. Clusterstrukturen im Kern.

Der erste, wenn auch nicht direkte Hinweis auf derartige Reaktionen wurde von Aslanides (Asl 79) erbracht; dieses Experiment wurde in der einleitenden Übersicht bereits diskutiert.

Prinzipiell stehen den Experimentatoren zwei Wege zum Nachweis der pionischen Fusionsreaktionen offen: die bislang häufigste Methode ist der Nachweis des emittierten Pions, der, wie bereits erläutert wurde, Rückschlüsse auf den verbleibenden Kern erlaubt.

Als prominenter Vertreter hierzu, ist in Figur 7 das Energiespektrum des emittierten Pions aus der Reaktion ${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^6\text{Li} (J^\pi) + \pi^+$ abgebildet. Hierbei wurde das ${}^3\text{He}$ -Projektil mit 280 MeV, also knapp über der Pionproduktionsschwelle, auf das Target geschossen. Man erkennt sehr deutlich die Bildung des Grundzustandes $J^\pi = (1^+)$ und der ersten angeregten Zustände des ${}^6\text{Li}$ -Kerns.

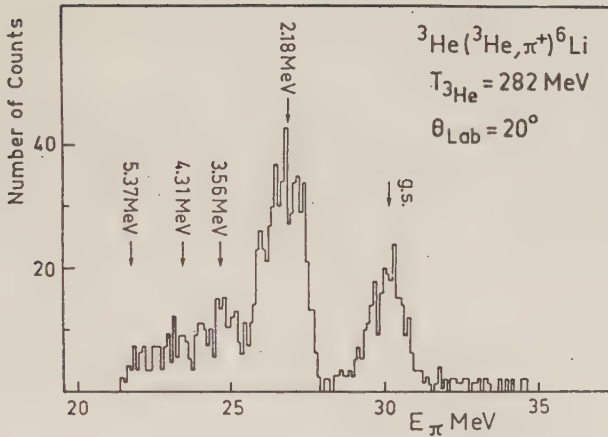
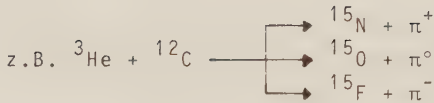


Fig. 7: Das Spektrum der in der Reaktion ${}^3\text{He}({}^3\text{He}, \pi^+) {}^6\text{Li}$ emittierten Pionen bei $T_{{}^3\text{He}} = 282 \text{ MeV}$. Der Grundzustand und einige angeregte Zustände des ${}^6\text{Li}$ sind deutlich zu erkennen.

Dieses Einarm-Experiment wurde von Bimbot, Le Bornec et al. (Bim 82) am Synchrozyklotron von Orsay durchgeführt.

Der zweite mögliche Weg ist der direkte Nachweis des fusionierten Kerns. Hier wird über die Messung der kinetischen Energie und der Masse des Rückstoßkerns die Produktion eines Pions gewährleistet. Vorgeschlagen wurde dieses Experiment von Kienle und Schott (Sch 84). Durch eine geeignete Spektrometergeometrie ist man sogar in der Lage ein ganzes Isospintriplett räumlich zu trennen, wie im Falle der Reaktionen



Für jeden fusionierten Kern erhalten sie je nach Auflösungsvermögen mehr oder weniger konzentrische Kreise in der Fokalebene, die das Anregungsspektrum des Kerns widerspiegeln; siehe auch Figur 8. Auf Grund großer Sauerstoffverunreinigungen liegt jedoch bislang keine endgültige Spektralauswertung vor.

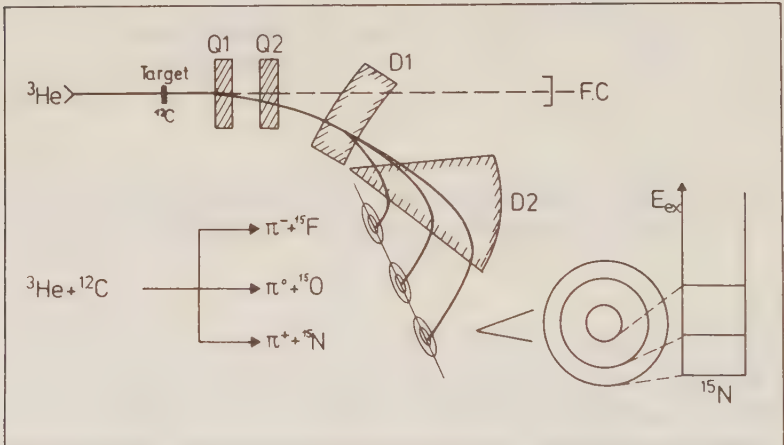


Fig 8 : Prinzipielle Versuchsanordnung (Sch 84) zum direkten Nachweis des fusionierten Rückstoßkerns

$A_1(A_2, \pi)$	B	ν	$T_{\text{Lab}}/\text{MeV}$	$d\sigma/d\Omega$ (nb/sr)
${}^3\text{He}({}^3\text{He}, \pi^+)$ (Bor 81)	${}^6\text{Li}$	$1^+, \text{g.s.}$	268.5 282.	$16. \pm 1.6$ $24. \pm 1.7$
		$3^+, 2.18$	282.	$43. \pm 4$
		$0^+, 3.56$	282.	$9. \pm 3$
${}^4\text{He}({}^3\text{He}, \pi^+)$ (Bim 82)	${}^7\text{Li}$	$3/2^- + 1/2^-$	266.5 280.5	~ 25 ~ 30
		$7/2^-$	280.5	~ 20
${}^6\text{Li}(d, \pi^-)$ (As1 82)	${}^8\text{B}$	$2^+, \text{g.s.}$	300 600	$.52 \pm .12$ $.075 \pm .03$
		.78 MeV	300 600	$.71 \pm .14$ $.085 \pm .03$
		$3^+, 2.32$ MeV	300 600	$1.33 \pm .16$ $.24 \pm .04$
${}^6\text{Li}({}^3\text{He}, \pi^+)$ (Bor 82)	${}^9\text{B}$	$3/2^-, \text{g.s.}$	270	$\sim .1$
${}^6\text{Li}({}^3\text{He}, \pi^-)$ (As1 79)	${}^9\text{C}$	-	910	$< .01$
${}^{208}\text{Pb}({}^3\text{He}, \pi^-)$ (War 82)	${}^{211}\text{At}$	-	130-230	σ_{tot} $\approx 1 - 10$ nb
${}^{181}\text{Ta}({}^4\text{He}, \pi^-)$ (Egg 75)	${}^{185}\text{Os}$	-	173	$\sigma_{\text{tot}} < 100$ nb

Tabelle 2: Experimentell bekannte Wirkungsquerschnitte für die Reaktion $A_1(A_2, \pi)B$. Die dafür angegebenen Werte sind typisch für die Vorwärtsrichtung

Soweit zwei exemplarische Vertreter von pionischen Fusions-experimenten. Abgesehen von (p, π) Reaktionen sind inzwischen noch einige weitere derartige Experimente durchgeführt worden (siehe Tabelle 2).

Obige Reaktionen sind aus verschiedenen Gründen hochinteressant; zwei der wichtigsten seien kurz angeführt:

i) die gesamte kinetische Energie der Relativbewegung in dem Eingangskanal wird vollständig in ein reelles Pionfeld konvertiert. Dieser Prozeß erfordert, vor allem an der (physikalischen) Pionschwelle, eine Kooperation aller beteiligten Nukleonen. Die Frage hierbei ist aber, wie diese Relativbewegung an das Pionfeld koppelt.

ii) Wie verschmelzen zwei Kerne "kalt", sodaß sich ein gebundener Zustand des Restkerns ausbildet?

Es wird ein zentrales Problem sein, den Mechanismus und die Bedingungen herauszufinden, unter denen die Kooperation der Nukleonen über die Kollision hinaus erhalten bleibt, um schließlich ein Pion produzieren zu können.

Wie oben schon angesprochen, ist es klar, daß bei diesen Prozessen eine Thermalisierung umgangen wurde. Dies impliziert, daß eine mehr oder weniger direkte Ankopplung des Eingangskanals an das Pionfeld nötig ist. Dazu muß eine Möglichkeit gefunden werden, die die Ankopplung der Relativbewegung beider Kerne an ein Zwei-Nukleonen-Subsystem, das ein Pion produzieren kann, gewährleistet. Bevor das reelle Pion emittiert wird, muß die Propagation dieses Pions durch den Kern beschrieben werden.

Unter Einbezugnahme aller bisher erwähnten prinzipiellen Gesichtspunkte soll nun im folgenden Abschnitt die Reaktionstheorie allgemein für die bosonische Fusion formuliert, und anschließend das spezielle Modell der pionischen Fusion vorgestellt werden.

2.1 Grundsätzliche Problemstellung der bosonischen Fusion

Wie bereits ausführlich diskutiert, verlangt die bosonische Fusion $A_1 + A_2 \rightarrow B_\nu + b$ einen Mechanismus, der gewährleistet, daß die Reaktion ohne Thermalisierung, d.h. ohne Energie-dissipation vieler (externer) Freiheitsgrade der Nukleonen im Target bzw. Projektil, abzulaufen vermag. Die Energie soll in jeder Stufe des Reaktionsablaufes auf nur sehr wenige Freiheitsgrade beschränkt bleiben. Abgesehen von der Anregung der Riesenresonanzen gibt es in der konventionellen (Niederenergie-)Kernphysik keine derartigen ausgezeichneten Freiheitsgrade. In der Mittelenenergiephysik hat man aber bei Berücksichtigung interner Quarkfreiheitsgrade der gebundenen Nukleonen einen effizienten Energiespeicher einiger 100 MeV zur Verfügung. Eine derartige interne Quarkanregung der Nukleonen eröffnet somit die Möglichkeit, einen großen Anteil der kinetischen Energie intern in einem Nukleon zu deponieren, ohne dabei den Kern aufzuheizen.

Aus dieser allgemeinen Überlegung folgt somit die konzeptionelle Basis unseres Modells (Kli 81a, Hub 82a): Wenn die Nukleonen der kollidierenden Kerne untereinander wechselwirken, möge in einem der zwei Kerne ein gebundenes Nukleon intern in eine Baryonresonanz, speziell im betrachteten Energieintervall bei der Pionenproduktion in die $\Delta(3,3)$ -Resonanz, angeregt werden; Details siehe (Kli 83, Hub 83). Die kinetische Energie im Eingangskanal ist somit in einem Quark-Spin-Flip eines gebundenen Nukleons gespeichert. Diese Konfiguration propagiert sodann in Form eines reaktionsspezifisch angeregten Baryons im Kern, bevor sie in einem letzten Schritt unter Emission eines mehr oder weniger schnellen Bosons in einen gebundenen Zustand des fusionierten Kerns zerfällt.

Im folgenden soll nun der Mechanismus diskutiert werden, der auf einen Vielteilchenoperator führt, der den Eingangskanal direkt an den Ausgangskanal unter Umgehung der Thermalisierung koppelt.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist gegeben durch:

$$\frac{d\sigma^{(v)}}{d\Omega}(\underline{k}, \underline{k}) = \mathcal{P} \cdot \sum_f \overline{\sum_i} |T_{fi}(\underline{k}, \underline{k}, v)|^2$$

Hierbei repräsentiert $\mathcal{P}$ den Phasenraumfaktor, der später erläutert wird, und T_{fi} die Übergangsamplitude:

$$T_{fi}(\underline{k}, \underline{k}, v) = \langle f_{in}(\underline{k}, v) | \mathcal{H}_{int} | i_{in}(\underline{k}) \rangle$$

wobei $\underline{k}$ ($\underline{k}$) die CM-Impulse des Ein-(Aus-)gangskanal und v den Endzustand des verbleibenden Kerns B anzeigt. Auf die Details der Ein- und Ausgangskanäle an sich wird später eingegangen. Wir wollen uns zunächst der zu Grunde liegenden Reaktionstheorie zur Ableitung der allgemeinen Form der T-Matrix zuwenden.

2.2 Reaktionstheorie der bosonischen Fusion

Im Rahmen einer nichtrelativistischen quantenmechanischen Beschreibung des bosonischen Fusionsprozesses starten wir mit der Schrödingergleichung:

$$(H - E) \psi = 0 \quad (2.1)$$

Dabei ist E die dem System zur Verfügung stehende Gesamtenergie und H der vollständige Hamiltonoperator, der nachstehend in allgemeiner Form angegeben ist:

$$H = H_{\text{Baryon}}(1, \dots, B) + H_{\text{Meson}} + \sum_{i=1}^B h_c(i) \quad (2.2)$$

Hierbei beschreibt H_{Baryon} die interne Struktur der B stabilen Baryonen

$$H_{\text{Baryon}}(1, \dots, B) = \sum_{i=1}^B h_{\text{Baryon}}(i) \quad (2.3)$$

$$h_{\text{Baryon}}(i) |B_v(i)\rangle = M_v(i) |B_v(i)\rangle$$

Alle erforderlichen Quantenzahlen des stabilen Baryons $|B_v(i)\rangle$ werden mit v zusammengefaßt und $M_v(i)$ gibt dessen Masse an.

Die mesonischen Felder werden durch H_{Meson} beschrieben. In diesem Zusammenhang betrachten wir zunächst keine Meson-Meson-Wechselwirkungen, ebenso wenig wie der Baryonenoperator Antibaryonen zu beschreiben vermag.

Die Kopplung wird durch

$$\sum_{i=1}^B h_c(i) = \sum_{i=1}^B (\mathcal{L}(i) + \mathcal{L}^+(i)) \quad (2.4)$$

beschrieben. Der Übergangsoperator $\mathcal{L}$ reduziert sich im einfachsten Fall unter Beschränkung auf nur ein Ein-Pionenkontinuum und die zwei Baryonenzustände $|N\rangle$ und $|\Delta\rangle$ aus Gleichung (2.3) auf:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\pi NN} + \mathcal{L}_{\pi N \Delta} + \mathcal{L}_{\pi \Delta \Delta} \quad (2.5)$$

Zur Ableitung der entsprechenden Reaktionsamplitude kann man in ökonomischer Weise den Feshbach'schen Projektorformalismus (Fes 67) anwenden, wie er etwa im Isobar Doorway Modell (IDM) auf Probleme der Mittelenergiephysik (Kis 73, Kli 83) erfolgreich erweitert wurde. Wir wollen uns daher im folgenden ebenfalls dieser abstrakten Methode bedienen. Da dieser Formalismus für die Pion-Kern-Streuung entwickelt wurde, starten wir hier mit eben diesem Eingangskanal und betrachten im Endzustand einen speziellen Absorptionskanal, in dem der Kern B in zwei Fragmente A_1 und A_2 spaltet. Der Übergang zur Fusion via "detailed balance" ist ausschließlich kinematischen Ursprungs. Geleitet durch die dominierende Rolle, die das Δ im Bereich mittlerer Energien einnimmt, wird der gesamte Hilbertraum mit Hilfe der nachstehend definierten Projektionsoperatoren in einzelne Unterräume aufgeteilt. In Figur 9 ist die Situation für die pionische Spaltung veranschaulicht.

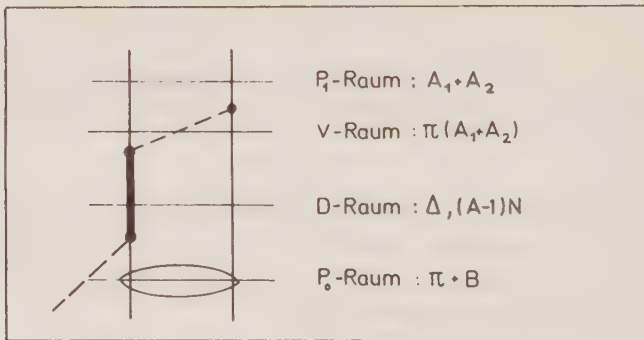


Fig. 9: Schematische Repräsentation der ausgezeichneten Unterräume

P-Raum

Er enthält den elastischen Boson-Kern-Kanal (bB) $|\varphi_0\rangle$ und einen speziellen Reaktionskanal $|\varphi_1\rangle$, der die Fragmente A_1 und A_2 enthält. Dementsprechend haben wir:

$$P = P_0 + P_1$$

D-Raum

Dieser Doorwayraum enthält die Resonanzen (Δ -Resonanz, ...) des Systems, wobei aber das B-Baryonensystem gebunden bleibt. Im speziellen Fall der pionischen Spaltung enthält der D-Raum den Zustand $|\Delta, (B-1) N\rangle$.

V-Raum

Dieser Raum ist erforderlich, um eine Wechselwirkung zwischen den Fragmenten via eines Eipionenaustausches zu gewährleisten und wird somit gesondert hervorgehoben. Anzumerken ist noch, daß hier nur die Streuzustände von $A_1 + A_2$ berücksichtigt sind.

R-Raum

Er enthält alle restlichen, nicht gesondert spezifizierten Kanäle: $R = \mathbb{1} - P - D - V$

Es seien noch kurz die Eigenschaften der Projektoroperatoren aufgelistet:

i) sie spannen definitionsgemäß den ganzen Hilbertraum auf (Vollständigkeit)

$$P_0 + P_1 + D + V + R = \underline{1} \quad (2.6)$$

für $\{X, Y\} \in \{P_0, P_1, D, V, R\}$

ii) Orthogonalität

$$X \cdot X = X \quad ; \quad X \cdot Y = 0 \quad (2.7)$$

iii) Konvention:

$$XHY = H_{xy} \quad ; \quad P_i H P_j = H_{ij} \quad (2.8)$$

Im Gegensatz zu ähnlichen Betrachtungen bei der inelastischen Pion-Kern-Streuung (Kli 80) muß die strenge Δ -Dominanz unter Berücksichtigung von nichtresonanten Beiträgen aufgegeben werden.

Weiter festhalten werden wir jedoch an der Doorway-Hypothese:

$$H_{0R} = H_{1R} = H_{VR} = 0 \quad (2.9)$$

d.h. die Ankopplung an den Restraum erfolgt ausschließlich über den Doorwayraum D.

Aus der Konstruktion des Hamiltonoperators H gemäß Gleichung (2.2 - 2.5) folgt schließlich

$$H_{D1} = H_{1D} = 0 \quad (2.10)$$

Dies reflektiert die Tatsache, daß es keinen direkten ΔN -Übergang ohne Pionwechselwirkung gibt.

Wie bereits eingangs ausführlich erläutert wurde, enthält der Hamiltonoperator in der nichtrelativistischen Näherung keine Antibaryonen und weiterhin keine Mehrmesonenfelder, was unmittelbar zur Folge hat, daß z.B. $\mathcal{L}_{\pi\pi NN} = 0$, d.h.

$$H_{0V} = H_{V0} = 0 \quad (2.11)$$

für die Schrödingergleichung von Gleichung (2.7) gilt:

$$(E - H) \cdot (P + D + V + R) \Psi = 0 \quad (2.12)$$

Durch sukzessive Projektion auf die einzelnen Teilräume resultiert zunächst ein gekoppeltes System von vier Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} (E - H_{PP})P\Psi &= H_{PD}D\Psi + H_{PV}V\Psi + H_{PR}R\Psi \\ (E - H_{DD})D\Psi &= H_{DP}P\Psi + H_{DV}V\Psi + H_{DR}R\Psi \\ (E - H_{VV})V\Psi &= H_{VP}P\Psi + H_{VD}D\Psi + H_{VR}R\Psi \\ (E - H_{RR})R\Psi &= H_{RP}P\Psi + H_{RD}D\Psi + H_{RV}V\Psi \end{aligned} \quad (2.13)$$

Nach einer einfachen, jedoch länglichen Rechnung läßt sich durch Elimination der irrelevanten Teilräume zeigen, daß somit die Schrödingergleichung für die bosonische Spaltung in den nachstehend angegebenen Satz gekoppelter Gleichungen transformiert werden kann:

$$(E - \widetilde{\mathcal{H}}_{00})P_0\Psi = \widetilde{\mathcal{H}}_{01}P_1\Psi \quad (2.14)$$

$$(E - \widetilde{\mathcal{H}}_{11})P_1\Psi = \widetilde{\mathcal{H}}_{10}P_0\Psi \quad (2.15)$$

Hierbei berücksichtigen die effektiven Hamiltonoperatoren $\widetilde{\mathcal{H}}$ die Ankopplungen an die drei eliminierten Teilräume:

$$\widetilde{\mathcal{H}}_{ij} = \mathcal{H}_{ij} + \mathcal{H}_{iD} \frac{1}{E^+ - \mathcal{H}_{DD}} \mathcal{H}_{Dj} \quad (2.16)$$

$$\widetilde{\mathcal{H}}_{ij} = \mathcal{H}_{ij} + \mathcal{H}_{iV} \frac{1}{E^+ - \mathcal{H}_{VV}} \mathcal{H}_{Vj} \quad (2.17)$$

$$\mathcal{H}_{ij} = \mathcal{H}_{ij} + \mathcal{H}_{iR} \frac{1}{E^+ - \mathcal{H}_{RR}} \mathcal{H}_{Rj} \quad (2.18)$$

Mit Gleichungen (2.14, 2.15) ist die gesuchte T-Matrix für den Übergang von Kanal P_0 nach P_1 allgemein gegeben durch (Fes 67):

$$T_{10} = \langle \chi_1 | \widetilde{\mathcal{H}}_{10} | P_0 \psi \rangle \quad (2.19)$$

Hierbei ist T_{10} gemäß Gleichung (2.16 ff) definiert; $|P_0 \psi\rangle$ ist die exakte Lösung im elastischen Kanal P_0 unter Berücksichtigung der Kopplung an den Reaktionskanal P_1 . Sie ist wie folgt gegeben durch:

$$\{E - \widetilde{\mathcal{H}}_{00} - \widetilde{\mathcal{H}}_{01} \frac{1}{E^+ - \widetilde{\mathcal{H}}_n} \widetilde{\mathcal{H}}_{10}\} |P_0 \psi\rangle \quad (2.20)$$

Die Endzustandswellenfunktion χ_1 beschreibt in voller Analogie zum Formalismus der inelastischen Pionenstreuung (Kli 80) den Rückstreu-Prozeß im Reaktionskanal P_1 , jedoch ohne abermalige Kopplung an den elastischen Kanal P_0 :

$$\{E - \widetilde{\mathcal{H}}_{11}\} \chi_1 = 0 \quad (2.21)$$

Die Gleichungen (2.20 und 2.21) repräsentieren bislang lediglich eine äquivalente Darstellung der vollständigen Schrödingergleichung; sie enthalten also nach wie vor die volle Komplexität des Problems. In Hinblick auf die dominierende Rolle der Δ -Resonanz, wurde jedoch eine effektive Aufteilung des gesamten Hilbertraumes erzielt: wenden wir Gleichungen (2.9 und 2.10) auf die T-Matrix, Gleichung (2.19) explizit an, dann resultiert somit für den Übergangsoperator:

$$\boxed{\widetilde{\mathcal{H}}_{10} = H_{10} + W_{1D} \frac{1}{E_D} H_{D0}} \quad (2.22)$$

mit

$$W_{ij} = H_{iv} \frac{1}{E^+ - H_{vv}} H_{vj} \quad (2.23)$$

$$e_D = E^+ - \widetilde{H}_{DD} = E^+ - H_{DD} - \omega_{DD} - \widetilde{\omega}_{DD} \quad (2.24)$$

$$\widetilde{\omega}_{DD} = H_{DR} \frac{1}{E^+ - H_{RR}} H_{RD} \quad (2.25)$$

Sei die freie Lösung im Reaktionskanal P_1 definiert durch:

$$(E - H_{11}) \phi_1 = 0 \quad (2.26)$$

so erhalten wir für die vollständige Lösung χ_1 :

$$\chi_1 = \left(1 + \frac{1}{e_1 - \omega_{1D} \frac{1}{e_D} \omega_{D1}} \cdot (\omega_{11} + \omega_{1D} \frac{1}{e_D} \omega_{D1}) \right) \phi_1 \quad (2.27)$$

mit:

$$e_1 = E^+ - H_{11} - \omega_{11} \quad (2.28)$$

Unter diesen Gesichtspunkten resultiert für die Wellenfunktion im Eingangskanal:

$$\left\{ E - H_{11} - H_{1D} \frac{1}{e_D} H_{D1} - (\omega_{11} + \omega_{1D} \frac{1}{e_D} \omega_{D1}) \right\} |P_0 \psi\rangle = 0 \quad (2.29)$$

Um die vom System jeweils bevorzugten Resonanzen gesondert hervorzuheben, fassen wir obige Gleichung mit dem nachstehend spezifizierten Potential zusammen:

$$\left\{ E - H_{00} - V_{00} - H_{0D} \frac{1}{e_D} H_{D0} \right\} |P_0 \psi\rangle = 0 \quad (2.30)$$

$$V_{00} = P_0 H \left\{ (D \frac{1}{e_D} D \omega + 1) P_1 \frac{1}{e_1 - \omega_{1D} \frac{1}{e_D} \omega_{D1}} P_1 (1 + \omega_{1D} \frac{1}{e_D} \omega_{D1}) \right\} H P_0 \quad (2.31)$$

Das Zusatzpotential V_{00} beschreibt im Eingangskanal prinzipiell Boson-Baryon-Kopplungen, die über den Doorwayraum D

laufen, oder auch nicht. Was jedoch wesentlicher erscheint, ist die Tatsache, daß das Zwischensystem immer im Reaktionskanal P_1 propagiert. Dieser Propagator hat seinerseits wiederum über V-Raum-Kopplung Kenntnis vom Doorwayraum D; weiterhin beinhaltet V_{00} Terme höherer Ordnung.

$$(\mathcal{E} - H_V) \tilde{\phi}_0 = 0 \quad (2.32)$$

$$H_V = H_{00} - V_{00}$$

Dagegen wäre die freie Lösung ϕ_0 definiert mittels:

$$(\mathcal{E} - H_{00}) \phi_0 = 0 \quad (2.33)$$

Gleichung (2.30) nimmt nun die schematische Gestalt an:

$$|P_0 \Psi\rangle = \left(1 + G_{00} H_{0D} \frac{1}{e_D} H_{D0} \right) \tilde{\phi}_0 \quad (2.34)$$

Selbstverständlich repräsentiert G_{00} nach wie vor die volle Greensfunktion

$$\begin{aligned} G_{00} &= (\mathcal{E}^+ - H_{00} - V_{00} - H_{0D} \frac{1}{e_D} H_{D0})^{-1} \\ &= (e_0 - H_{0D} \frac{1}{e_D} H_{D0})^{-1} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Nunmehr sind wir in der Lage die T-Matrix aus Gleichung (2.19) zu spezifizieren. Zur Vereinfachung werden wir vorläufig den Reaktionskanal, wie in Gleichung (2.27) ansetzen. Dies bedeutet zwar nur eine Umverteilung

der Probleme vom Übergangsoperator auf die Wellenfunktionen, aber für die konkreten Betrachtungen sollte es rationeller sein, sich in irgendeiner Näherung (z.B. via optischer Modell-Codes) distordierte Wellen zu verschaffen.

$$\begin{aligned}
 T_{10} &= \langle X_1 | \widetilde{\mathcal{H}}_{10} | P_0 \Psi \rangle = \\
 &= \langle X_1 | (H_{10} + \omega_{10} \frac{1}{e_D} H_{D0}) \cdot (1 + G_{00} H_{0D} \frac{1}{e_D} H_{D0}) | \tilde{\Phi}_0 \rangle \\
 &= \langle X_1 | H_{10} (1 + G_{00} H_{0D} \frac{1}{e_D} H_{D0}) | \tilde{\Phi}_0 \rangle + \\
 &+ \langle X_1 | \omega_{10} \frac{1}{e_D} H_{D0} | \tilde{\Phi}_0 \rangle + \\
 &+ \langle X_1 | \omega_{10} \frac{1}{e_D} H_{D0} \frac{1}{e_0 - H_{0D} \frac{1}{e_D} H_{D0}} H_{0D} \frac{1}{e_D} H_{D0} | \tilde{\Phi}_0 \rangle
 \end{aligned}$$

Vermöge der nachstehend angegebenen Operatoridentität werden die letzten beiden Summanden obiger Gleichung zusammengefaßt:

$$\begin{aligned}
 D \frac{1}{e_D} D + D \frac{1}{e_D} D H P_i \frac{1}{e_i - H_{iD} \frac{1}{e_D} H_{Di}} P_i H D \frac{1}{e_D} D &= \\
 = D \frac{1}{e_D - H_{Di} \frac{1}{e_i} H_{iD}} D &\quad (2.36)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{10} &= \langle X_1 | H_{10} | P_0 \Psi \rangle + \\
 &+ \langle X_1 | \omega_{10} \frac{1}{E^+ - H_{DD} - \omega_{DD} - \tilde{\omega}_{DD} - H_{D0} \frac{1}{e_0} H_{0D}} H_{D0} | \tilde{\Phi}_0 \rangle \quad (2.37)
 \end{aligned}$$

Wenden wir uns zunächst dem Summanden

$$T^{Nr} = \langle X_1 | H_{10} | P_0 \Psi \rangle \quad (2.38)$$

zu. Dieser Term spiegelt somit die nichtresonante Kopplung zwischen vollständig distordiertem Ein- und Ausgangskanal wider. Dieser Prozeß ist derartig zu interpretieren, daß das reelle Boson vom gebundenen Kern ohne explizite Wechselwirkungen absorbiert wird und zwei freie Fragmente hinterläßt. Dieser Mechanismus ist, vor allem bei höheren Bosonenenergien unerheblich, und soll daher in den weiteren Betrachtungen als Störung zu dem dominierenden resonanten Anteil verstanden werden; letzterer ist gegeben durch:

$$T^{\text{res}} = \langle \chi_1 | \omega_{1D} \frac{1}{E^+ - H_{DD} - \omega_{DD} - \widetilde{\omega}_{D0} - H_{D0} \frac{1}{e_0} H_{0D}} H_{D0} | \tilde{\psi}_0 \rangle \quad (2.39)$$

Auf diesen resonanten Anteil der T-Matrix soll nun etwas mehr Augenmerk gelegt werden. Der Eingangskanal koppelt direkt (H_{DD}) an den Doorwayraum (die (B-1) Δ -Zustände) des Kerns B. Dieses Vielbaryonensystem propagiert somit in diesem Raum D unter Kopplung an den Restraum R ($\widetilde{\omega}_{DD}$), an den V-Raum (ω_{DD}) und unter Rückkopplung, in der ihrerseits wiederum die vollständige Greensfunktion von Gleichung (2.35) zum Tragen kommt, über den D-Raum in dem elastischen Kanal. Solange der Reaktionskanal mit distordierten Wellen beschrieben wird, kann in dem Propagator von Gleichung (2.39) keine Kopplung an P_1 enthalten sein. Dies ist in vollständiger Übereinstimmung mit ähnlichen Ansätzen, wie z.B. zur Beschreibung der inelastischen Pionenstreuung im sogenannten A*-Modell (Kli 80). Abweichungen dazu ergeben sich beim Zerfall dieser Zwischenzustände in den Reaktionskanal, der durch ω_{1D} vermittelt wird. Im vorliegenden Fall emittiert das B-Vielbaryonensystem ein Boson, wodurch das System in den V-Raum, d.h. in den $(\pi A_1 A_2)$ -Kanal übergeht. Nach anschließender Propagation gelangt dieser Zustand über die Absorption des Bosons (H_{1V}) in den Reaktionskanal ($A_1 + A_2$).

Ein erprobter wie erfolgreicher Zugang zur Beschreibung der resonanten T-Matrix T^{res} aus Gleichung (2.39) für die pionische Fission wäre das A*-Modell (Kli 79, Kli 80, Kli 83). Dort wird im Rahmen eines Boson-Exchange-Modells die Spektraldarstellung der vollen Greensfunktion berechnet. Entscheidend für die konkreten Rechnungen ist in diesem Modell, daß das zwischen Δ und $(A - 1)$ Nukleonen ausgetauschte Pion frei ist. In Gleichung (2.39) tritt im Propagator jedoch auch die Kopplung über nichtresonante Terme, also speziell ein V_{00} auf, welche zur Distorsion des Pionfeldes führt.

Hinsichtlich der bekannt dominanten Rolle des resonanten Δ -Terms in der Pion-Kern-Physik sollte es kein schlechter Ansatz sein, die Ankopplung der nichtresonanten Terme im Propagator zu vernachlässigen. Somit stünde der Berechnung des Spektrums des vollständigen Zwischensystems für die resonante T-Matrix aus Gleichung (2.39) gemäß dem zugrunde liegenden A*-Modell (Kli 83) für das B-Vielbaryonensystem nichts mehr im Wege.

Unter Berücksichtigung all dieser Gesichtspunkte muß man sich jedoch stets vor Augen halten, daß der hier aufgezeigte Weg somit keinen Anspruch mehr auf vollständige Exaktheit bei Berücksichtigung von nichtresonanten Prozessen erheben darf.

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß einerseits aus mathematisch formalen wie andererseits aus rein technischen Gründen es unumgänglich erscheint, Näherungen dahingehend einzuführen, daß die resonante T-Matrix, wie im A*-Modell üblich, weiterhin im Potentialbild ausgewertet wird. Die nichtresonanten Anteile gemäß Gleichung (2.38) werden im allgemeinen störungstheoretisch in der DWBA-Methode erfaßt.

Eine Entwicklung der distordierten Welle im Reaktionskanal von Gleichung (2.38) liefert in 1. Ordnung

$$T_{nr}^{(1)} = \langle \phi_1 | w_{11} \frac{1}{e_1 - w_{10} \frac{1}{e_2} w_{21}} H_{10} | \tilde{\phi}_0 \rangle \quad (2.40)$$

wobei ϕ_1 in Gleichung (2.26) bzw. $\tilde{\phi}_0$ in Gleichung (2.32) definiert ist.

Dieser Term, der als der direkte Bornterm identifiziert werden kann, soll nur als ein exemplarisches Beispiel dafür dienen, wie weitere nichtresonante Beiträge in einer Störungsentwicklung extrahiert werden können.

Ziel dieses Exkurses in die Theorie des Isobar Doorway Formalismus (Kis 76) war es, insbesondere den strukturellen Einfluß der nichtresonanten Terme zu dokumentieren. Daß auch hier Hypothesen und Näherungen von Nöten sind, wurde bereits ausführlich diskutiert.

2.3 Das Modell der pionischen Fusion

Nach diesen abstrakten Betrachtungen über die allgemeine Reaktionstheorie wollen wir uns nun endlich speziell dem Modell der pionischen Fusion zuwenden. Es soll unter Verwendung aller bisher aufgeführten Punkte ein Mechanismus vorgestellt werden, der es vermag, die vollständige Vereinigung zweier nuklearer Fragmente zu einem Kern B unter Emission eines mehr oder weniger schnellen Pions realistisch zu beschreiben.



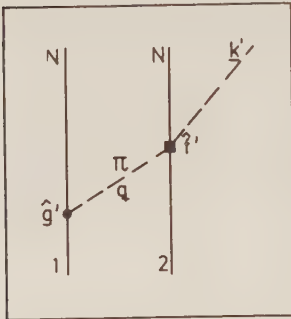
Bei der Interpretation dieser Reaktion zeigen sich zwei verschiedene Klassen von Fragestellungen:

- Wie verschmelzen zwei Kerne "kalt", sodaß sich ein gebundener Zustand des Restkernes ausbildet?
- Wie erfolgt die Kopplung der Relativbewegung an das Pionfeld?

Bei der Annäherung beider Kerne baut sich ein zeitlich veränderliches starkes Wechselwirkungsfeld auf, woraufhin, quasi als Funken, aus einem der Fragmente ein virtuelles Pion herausgeschlagen wird. Dieses Pion entzieht der Relativbewegung mehr oder weniger Energie, sodaß im Extremfall Projektil und Target gestoppt werden, und daher einen gebundenen Zustand des Gesamtsystems eingehen können.

Nun sind diese Vorstellungen in einen Wechselwirkungsoperator zu übersetzen, der es schlußendlich erlaubt, eine derartige pionische Fusionsreaktion berechnen und analysieren zu können.

Ausgangspunkt dazu ist der elementare Operator für den $NN \rightarrow NN\pi$ Übergang. Dieser lautet im Impulsraum gemäß Anhang A2:

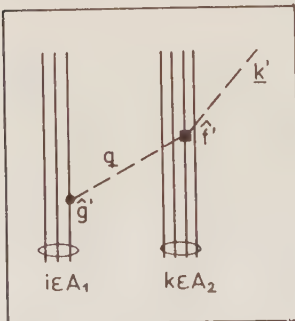


$$W_{12} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q \cdot v(q) \cdot e^{-iq \cdot T_{12}} \cdot \hat{g}'_1(q) \cdot \hat{f}'_2(q, k') \quad (2.41)$$

mit $T_{12} = T_1 - T_2$

Die Operatoren $\hat{g}'$ bzw. $\hat{f}'$ wirken auf die beteiligten Nukleonen und die Dynamik des Prozesses ist in der Radialabhängigkeit und im Pionenpropagator $v(q)$ enthalten.

Der Übergang vom Zweiteilchensystem auf das Vielteilchensystem ist problemlos:



$$\mathcal{H}_{int} = \sum_{i \in A_1} \sum_{k \in A_2} \left\{ W(i, k) + W(k, i) \right\}$$

$$\mathcal{H}_{int} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q \cdot v(q) \cdot \sum_{i \in A_1} \sum_{k \in A_2} \left\{ e^{-iq \cdot T_{ik}} \cdot \hat{g}'_i(q) \hat{f}'_k(q, k') + e^{iq \cdot T_{ik}} \cdot \hat{g}'_k(q) \cdot \hat{f}'_i(q, k') \right\} \quad (2.42)$$

In der hier stets verwendeten Konvention:

A_1 - Projektil

A_2 - Target

wird der erste Summand $W(i,k)$ "Projektilemission", der zweite Summand $W(k,i)$ "Targetemission" genannt.

Um die wesentliche Eigenschaft des Wechselwirkungsoperators $\hat{\chi}_{int}$, nämlich die Ankopplung der Relativbewegung an das Pionenfeld, explizit zeigen zu können, muß in einem weiteren Schritt auf ein geeignetes Koordinatensystem transformiert werden.

Dazu wählen wir am geeignetsten Jakobikoordinaten, d.h. wir transformieren von Einteilchenkoordinaten auf ein System von

- i) internen Fragmentkoordinaten $\underline{\rho}_i$ bzw. $\underline{\eta}_i$, die linear von den jeweiligen Einteilchenkoordinaten abhängen,
- ii) der Relativkoordinate ($\underline{R}_{12}$) zwischen den beiden Fragmenten
- iii) und der Schwerpunktskoordinate.

Details sind in Anhang A2 diskutiert und ein schematisches Abbild ist in Figur 10 gezeigt.

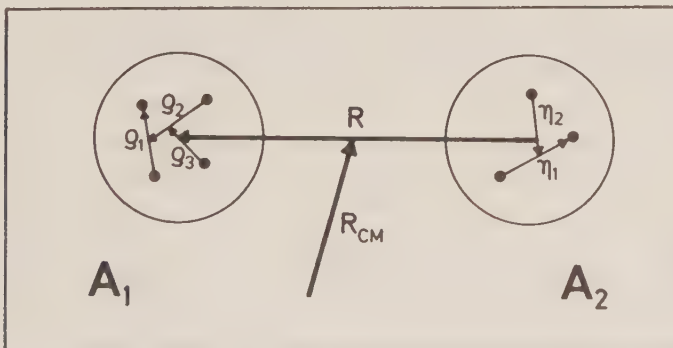


Fig. 10: Grafische Darstellung der Jakobikoordinaten gemäß Gleichung (2.43)

In dieser Darstellung wird

$$\underline{v}_{ik} = \underline{v}_i(\underline{q}) - \underline{v}_k(\underline{q}) + \alpha_{12} \underline{R}_{12} \quad (2.43)$$

wobei

$$\alpha_{12} = \sqrt{\frac{A_1 + A_2}{A_1 \cdot A_2}} \quad (2.44)$$

(siehe auch (Sel 78))

Nach einigen einfachen Umformungen resultiert für den Wechselwirkungsoperator aus Gleichung (2.42) die allgemeine Struktur:

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q \cdot v(q) \cdot \left\{ \hat{G}_q^{(1)}(\underline{q}) \cdot \hat{F}_{q,k'}^{(2)}(\underline{q}) \cdot \hat{H}_q(\underline{R}_{12}) + \hat{G}_q^{(2)}(\underline{q}) \cdot \hat{F}_{q,k}^{(1)}(\underline{q}) \cdot \hat{H}_q(-\underline{R}_{12}) \right\} \quad (2.45)$$

wobei

$$\hat{G}_q^{(1)}(\underline{q}) = \sum_{i \in A_1} \hat{g}_i'(\underline{q}) \cdot e^{i\underline{q} \cdot \underline{r}_i} \quad (2.45.1)$$

$$\hat{F}_{q,k'}^{(2)}(\underline{q}) = \sum_{k \in A_2} \hat{f}_k'(\underline{q}, \underline{k}') \cdot e^{-i\underline{q} \cdot \underline{r}_k} \quad (2.45.2)$$

$$\hat{H}_q(\underline{R}_{12}) = e^{-i\alpha_{12} \cdot \underline{q} \cdot \underline{R}_{12}} \quad (2.45.3)$$

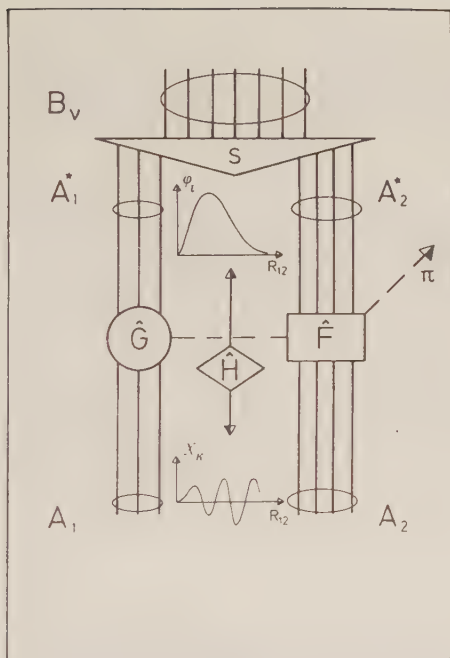


Fig. 11:
Schematische Darstellung
des Wechselwirkungs-
Operators $\hat{X}_{int}$ aus Gleichung (2.45)

In den Gleichungen (2.45), die in Figur 11 schematisch dargestellt sind, spiegelt sich der neu vorgestellte Mechanismus der kalten Fusion wider. Die zwei-Körper-Wechselwirkung induziert in jedem der beiden Cluster interne Übergänge, beschrieben durch den Gamow-Teller-Operator $\hat{G}_q$ und durch die, möglicherweise inelastische, Rückstreuung via $\hat{F}_q$. Weiterhin wird unmittelbar durch den Operator $\hat{H}_q$ die Möglichkeit eröffnet, Energie aus der Relativbewegung zu entnehmen und in interne Anregungsenergie der beiden Fragmente zu konvertieren. In der gewählten Impulsraumdarstellung wird besonders der Sachverhalt deutlich, daß der Impulsaustausch $\underline{q}$ zwischen den in verschiedenen Clustern gebundenen Nukleonen zu einer Abbremsung der Relativbewegung führt, und somit auch Umgehung der Thermalisierung möglich wird. Um den

Symmetrieforderungen minimal Rechnung zu tragen, muß selbstverständlich auch die sogenannte Targetemission möglich sein, was in Gleichung (2.45) durch den zweiten Term Berücksichtigung fand.

Aus Gründen der größeren Transparenz werden wir uns vorläufig auf die Diskussion der Projektilemission beschränken. Die wesentlichen Unterschiede beim Übergang zur Targetemission werden in Kapitel 3.4 erläutert.

Somit haben wir einen echten Vielteilchen-Wechselwirkungsoperator abgeleitet, der einen unmittelbaren Zusammenhang zwischen dem elementaren Prozeß und dem komplexen Kern-Kern-Stoß ebenso wie Information über Target- und Projektil-Fragmentation enthält.

Die Größe des T-Matrixelements bzw. des Wirkungsquerschnitts hängt natürlich auch von den beteiligten Zuständen ab, was uns auf vorläufige Auswahlregeln führt, die im nächsten Abschnitt kurz diskutiert werden.

2.4. Kernstruktur und Auswahlregeln

Nachdem die allgemeine Struktur des Wechselwirkungsoperators $\hat{K}_{int}$ gegeben ist, bleibt zur Beschreibung der T-Matrix die allgemeine Spezifikation der Ein- und Ausgangskanäle. Der Eingangskanal ist mittels der experimentellen Situation wohl definiert: der orbitale Anteil wird mit einer ebenen Welle mit dem Relativimpuls im CM-System $\underline{k}_{12}$ und der Relativkoordinaten $\underline{r}_{12}$ angesetzt. Für die spezielle Spin-Isospinfunktion der kollidierenden Kerne wird eine entsprechende Produktdarstellung gewählt:

$$|in\rangle = |A_1(j_1, t_1); A_2(j_2, t_2); \underline{k}_{CM}, \underline{k}_N\rangle \quad (2.46)$$

Für den fusionierten Kern B im Zustand v mit Gesamtspin I und Gesamtisospin T im Endzustand wird eine dinukleare Cluster-Struktur, die über eine Relativbewegung $\phi_{L12}(\underline{r}_{12})$ gebunden ist, gewählt:

$$|B\rangle^{I,T} = \left[A_1^*(j_1', t_1') \times A_2^*(j_2', t_2') \right]^{I_N, T_N} \phi_{L_{12}}^{I, T}(\underline{r}_{12}) \quad (2.47)$$

Um den Endzustand der Reaktion vollständig zu spezifizieren, ist noch das Bosonenfeld ϕ_b mit $|B\rangle^{I,T}$ zu koppeln. Es sei an dieser Stelle nur kurz vermerkt, daß im allgemeinen verschiedene Kopplungskombinationen - unter Berücksichtigung der Gesamtmultipolarität des Übergangsoperators - möglich sind, über die selbstverständlich zu summieren ist. Das produzierte reelle Boson bewege sich frei, d. h. Endzustandswechselwirkungen bleiben unberücksichtigt, mit Impuls $\underline{k}_b$ relativ zum fusionierten Kern B_v .

Somit läßt sich die Übergangsamplitude, zunächst noch schematisch, wie folgt darstellen:

$$T_{fi}(k_b, \underline{k}_{12}) = \langle [B_v \times \phi_b]_k | \hat{H}_{int} | [A_1 \times A_2], \underline{k}_{12} \rangle \quad (2.48)$$

Hier wird deutlich, daß genau die Übergänge in die Endzustände $|v\rangle$ besonders stark angeregt werden, die eine ausgeprägte Verwandtschaft mit der Fragmentation im Eingangskanal aufzeigen. Wir erzielen also für genau die Zustände den größten Überlapp, die gut mittels der entsprechenden dinuklearen Konfiguration beschrieben werden können. Demzufolge dürfen wir eine Art Auswahlregel erwarten, die solche Reaktionen, in denen die Target- und Projektilnukleonen nicht, oder nur wenig umgeordnet werden müssen, auch quantitativ bevorzugen wird. Es soll nicht unerwähnt bleiben, daß dieser Punkt in der Frage nach der geeigneten Target-Projektil-Kombination, z.B. zur Produktion neuer Isotope, eine herausragende Rolle spielen wird.

Bevor wir auf eine konkrete Anwendung des vorgestellten Modells eingehen, sollen noch kurz die wesentlichen Bestandteile der Übergangsamplitude (2.48) diskutiert werden; dazu setzen wir Gleichungen (2.46 mit 2.47) in Gleichung (2.48) ein, und erhalten allgemein für Projektilmission:

$$T_{fi} = \int d^3q \cdot v(q) \cdot \langle A_1^*(j_1' t_1') | \hat{G}_q^{(1)} | A_1(j_1 t_1) \rangle \cdot \langle A_2^*(j_2' t_2') | \hat{G}_q^{(2)} | A_2(j_2 t_2) \rangle \cdot \langle \phi_{12}(R_{12}) | \hat{H}_q(R_{12}) | \underline{k}_{12} \rangle \quad (2.49)$$

wählt man eine Darstellung in ebenen Wellen

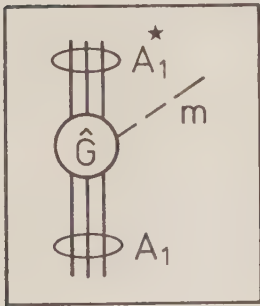
$$\langle R_{12} | \underline{k}_{12} \rangle = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{3/2} \cdot e^{i \cdot \underline{k}_{12} \cdot R_{12}} \quad (2.50)$$

wird sofort deutlich, daß das Matrixelement der Relativbewegung

$$\langle \phi_{L_{12}}(B_{12}) | \hat{H}_f(B_{12}) | K_{12} \rangle = \phi_{L_{12}}(K_{12} - q) \quad (2.51)$$

die Fouriertransformierte der Cluster-Wellenfunktion an der Stelle $|K_{12} - q|$ widerspiegelt. Die bestimmende Größe ist somit nicht, wie im Falle der direkten Emission, der asymptotische Impuls K_{12} . Es kann ein gewisser Impulsanteil q in internen Übergängen von Projektil und Target gespeichert werden. Die relevanten Größen für diesen Bruchteil sind

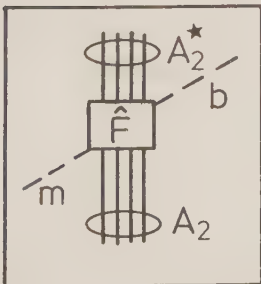
i) der Formfaktor für den Gamow-Teller (GT)-Übergang:



$$\begin{aligned} G_{j_i t_i}^{j_i' t_i'}(q) &= \\ &= \langle A_1^*(j_i' t_i') | \hat{G}_f^{(m)}(q) | A_1(j_i t_i) \rangle \end{aligned}$$

(2.52)

ii) der Formfaktor für die Rückstreuung:



$$\begin{aligned} F_{j_i t_i}^{j_i' t_i'}(q) &= \\ &= \langle A_2^*(j_i' t_i') | \hat{F}_{q, k}^{(2)}(q) | A_2(j_i t_i) \rangle \end{aligned}$$

(2.53)

Der Formfaktor wird im Impulsraum für $\underline{q}$ -Werte nahe dem Fermiimpuls $\underline{k}_F$ peaken. Nun muß dagegen die Relativfunktion ϕ_{L12} den noch fehlenden Impulsbetrag ($\underline{K} - \underline{q}$) aufnehmen. Somit zeigt der Integrand von Gleichung (2.49) im Impulsraum ein Fenster, das nur einen scharf eingeschränkten Bereich des ganzen Fourierspektrums des ausgetauschten virtuellen Mesons zuläßt, und somit in eindrucksvoller Weise die absolute Größe des Wirkungsquerschnitts beeinflussen wird.

Nach den bisher mehr allgemein gehaltenen Ausführungen wird im folgenden Kapitel der Wechselwirkungsoperator, so wie er explizit Verwendung findet, konkretisiert.

3. KONSTRUKTION DES WECHSELWIRKUNGSOPERATORS

Wie bereits in Kapitel (2.2) ausführlich erläutert wurde, zerfällt die T-Matrix

$$T_{fi}(\underline{k}_\pi, \underline{k}_\pi) = \langle [B_1 \times \phi_\pi]; \underline{k}_\pi | \hat{\mathcal{H}}_{int} | [A_1 \times A_2]; \underline{k}_\pi \rangle \quad (3.1)$$

in einen resonanten, T^{res} , und einen nichtresonanten, T^{NR} , Anteil:

$$T_{fi} = T^{res} + T^{NR} \quad (3.2)$$

Ihren Ursprung findet Gl. (3.2) selbstverständlich in der Tatsache, daß der Wechselwirkungsoperator $\hat{\mathcal{H}}_{int}$ in eben diese zwei Anteile separiert, wobei jeder dieser wiederum eine Summe aus den verschiedensten Elementarprozessen ist.

Im momentanen Anfangsstadium der pionischen Fusion ist es erstens technisch unmöglich und zweitens auch wegen der physikalischen Transparenz wenig sinnvoll, alle in Kapitel (2.2) vorgestellten und interpretierten Wechselwirkungsmechanismen in der Rechnung berücksichtigen zu wollen. Wir müssen also eine begründete Auswahl aus der Mannigfaltigkeit, die uns die Störungsreihe des Isobar Doorway Modells liefert, treffen.

Dazu lassen wir uns bei der Konstruktion des Wechselwirkungsoperators von dem reichen Erfahrungsschatz der Pion-Kern-Physik leiten.

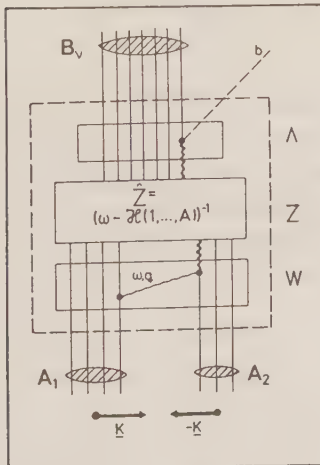
Im Mittelenergiebereich (200 - 400 MeV) kann von der Tatsache Gebrauch gemacht werden, daß der resonante Anteil der T-Matrix dominierend ist. Aus diesem Grunde wird dieser Kanal separat diskutiert.

3.1. P-Wellen-Rückstreuung

3.1.1. Der resonante direkte Delta Term (Δ)

Im resonanten Anteil T^{res} von Gleichung (3.2) kann die Energie in einem intermediären Anregungsmoden des Summukerns B gespeichert werden. Ein prominenter Kandidat dafür ist im betrachteten Energiebereich die Δ (3,3) Resonanz eines gebundenen Nukleons im Kern (Kli 79) aufgefaßt als die (subnukleare) Spin-Flip-Anregung des Nukleons. Mittels dieser subnuklearen Freiheitsgrade, die es erlauben, einige 100 MeV zu akkumulieren, wird ein Mechanismus offenkundig, der die Aufheizung der externen Bewegung verhindert.

Dieses Faktum wurde bei der Diskussion der Reaktionstheorie in Kapitel (2.2) bereits durch die explizite Betonung durch den Doorway-Raum D bzw. der Doorway-Hypothese (Gl. 2.9) herausgestellt. Das wesentliche Ergebnis dieses Kapitels ist in Gleichung (2.39) gegeben, der die nachstehende Struktur des resonanten Übergangsoperators entnommen werden kann:



$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}}_{\text{Res}} &= \\ &= \hat{\mathcal{A}}(\underline{k}') \cdot \hat{\mathcal{Z}}(E) \cdot \hat{\mathcal{W}}(\underline{q}) \end{aligned} \quad (3.3)$$

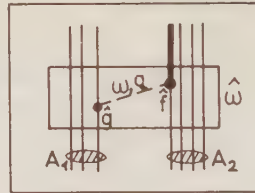
Fig. 12:
Schematische Darstellung
des resonanten Wechsel-
wirkungsoperators
gemäß Gleichung (3.3)

Dieser Prozeß ist in Figur 12 dargestellt; er beinhaltet über die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung im OBE-Modell die Kopplung ($\hat{W}(q)$) des Eingangskanals an intermediäre Resonanzen, die vermöge des vollständigen Vielbaryonenpropagators $\hat{Z}(E)$ beschrieben sind. Diese Zwischenzustände zerfallen mittels des Operators $\hat{L}(\underline{k}')$ durch Emission eines reellen Pions, unter Zurücklassung des fusionierten Kerns B.

Das Hauptanliegen dieses Abschnitts ist es nun, das reaktionstheoretische Resultat von Gleichung (3.3) mit dem speziellen Modell der pionischen Fusion, wie es in Kapitel (2.3) vorgestellt wurde, zu vereinen und zu konkretisieren.

Betrachten wir zunächst den Operator $\hat{W}(q)$, der die Fusion zündet, indem er die Relativbewegung zweier nuklearer Fragmente an interne Anregungsmoden koppelt; dazu wird aus Figur 12 das nebenstehende Teilbild herausgeblendet.

Aus der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung entnehmen wir, siehe auch Anhang A2:



$$\hat{W}(q) = \sum_{i \in A_1} \sum_{k \in A_2} \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \int d^3q \cdot v(q) \cdot e^{-i q \cdot \underline{r}_{ik}} \cdot \hat{g}_i(q) \cdot \hat{f}_k(q) \quad (3.4)$$

Der orbitale Anteil wird einschließlich dem Pionpropagator $v(q)$ separat in Anhang A2 diskutiert. Für die Invarianten an den Vertices wählen wir die konventionelle nicht-relativistische Darstellung (Kli 83):

$$\hat{g}_i(q) = \frac{f_{\pi NN}(q)}{m_\pi} (\underline{\sigma}_i \cdot \underline{q}) \cdot (\underline{\tau}_i \cdot \underline{\phi}) \quad (3.5)$$

Ohne hier speziellen Auswertungen vorgreifen zu wollen, wird der Formfaktor für den πNN -Vertex wie folgt gewählt:

$$f_{\pi NN}(q) = f \cdot F_H(q) \quad (3.6)$$

wobei die Kopplungskonstante f den πN -Streudaten entnommen ist (Bug 73)

$$\frac{f^2}{4\pi} = 0.081 \quad (3.7)$$

Wie aus der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung allgemein bekannt ist, wird die endliche Ausdehnung der Hadronen hinreichend gut durch einen Monopolformfaktor $F_M(q)$ berücksichtigt:

$$F_H(q) = \frac{\Lambda^2 - m_\pi^2}{\Lambda^2 - q^2} \quad (3.8)$$

mit der Cutoffmasse Λ , die sich reaktionsspezifisch im Bereich um $\Lambda = 1.2$ GeV bewegt, und dem 4-er Impulsübertrag des virtuell ausgetauschten Pions mit Masse $m_\pi \approx 140$ MeV:

$$q^2 = \omega_\pi^2 - q^2 \quad (3.9)$$

$\sigma(\underline{I})$ sind die gewöhnlichen Paulimatrizen im Spin-(Isospin)- $1/2$ -Raum. $\hat{\Phi}$ ist der Isospineinheitsvektor für den Ladungszustand des Pions.

Der $\pi N - \Delta$ Übergang wird beschrieben durch:

$$\hat{f}_k(q) = \frac{f_{\pi N \Delta}(q)}{m_\pi} \cdot (\underline{S}_k^\dagger \cdot \underline{q}) \cdot (\underline{I}^\dagger \cdot \hat{\Phi}) \quad (3.10)$$

Hierin ist $\underline{S}^\dagger(\underline{I}^\dagger)$ der nichtdiagonale Übergangsoperator im Spin-(Isospin-)Raum der Nukleonen und Deltas, siehe auch Anhang A3.

$$f_{\pi N \Delta}(q) = f^* \cdot F_M(q) \quad (3.11)$$

Bei der Ankopplung an virtuelle Pionen wird für $F_M(q)$ derselbe Formfaktor wie in Gleichung (3.8) gewählt. f^* repräsentiert die $\pi N \Delta$ Kopplungskonstante, die mit der Pion-Quark-Kopplungskonstanten im SU(6) Limit in folgenden Zusammenhang steht: $f^{*2} = 8 f_{\pi q}^2$. Für den $\pi N - N$ Übergang kann eine ähnliche Relation für die πNN Kopplungskonstante aus Gleichung (3.7) angegeben werden: $f_{\pi NN} = 5/3 f_{\pi q}$. Somit würde daraus folgen: $f^{*2} = 72/25 f_{\pi NN}^2$.

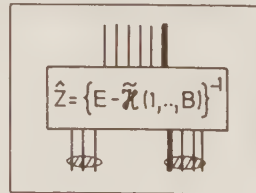
Aus der Analyse der P_{33} Streuphase der π -N-Streuung ist jedoch zu entnehmen, daß diese Relation nur approximativ erfüllt ist; deshalb trafen wir die nicht unkonventionelle Wahl:

$$f^{*2}/4\pi = 0.35 \quad (3.12)$$

Nachdem vermöge dem Operator $\hat{W}$ Energie aus der Relativbewegung im nächsten Schritt gilt es, die Propagation des $((B-1), \Delta)$ -Systems möglichst realistisch zu beschreiben. Die Situation ist

nebenstehend veranschaulicht.

Hierbei bezeichnet E die dem Gesamtsystem verfügbare Anregungsenergie und $\tilde{\mathcal{H}}$ ist der entsprechende Hamiltonoperator, wie er in Kapitel 2.2 Gleichung (2.39) abgeleitet wurde:



$$\tilde{\mathcal{H}} = H_{DD} + W_{DD} + \tilde{W}_{DD} + H_{D0} \frac{1}{E^+ - H_{00} - V_{00}} H_{0D} \quad (3.13)$$

Das Baryon, in unserem Falle das Δ , koppelt über $\widetilde{w}_{DD}$ an alle Restkanäle. Der rechte Term in der Gleichung (3.13) berücksichtigt die Kopplung an den Eingangskanal, was in dieser Darstellung der Pionabsorption entspricht, wobei dessen Zwischenzustand i.a. unter Ankopplung an nichtresonante Kanäle propagiert.

Gemäß den Modellen der Pion-Kern-Streuung, wie z.B. dem A^* -Modell (Hub 79), von dessen Grundlagen wir uns auch in der vorliegenden Arbeit konzeptionell leiten lassen wollen, wäre nun für den Hamiltonian aus Gleichung (3.13) ein möglichst realistischer Ansatz zu wählen.

Ausgehend von der Annahme, die Eigenmoden $|B_\mu^*\rangle$ und somit die komplexen Eigenenergien von $\widetilde{\mathcal{H}}$ seien bekannt

$$\widetilde{\mathcal{H}} |B_\mu^*\rangle = \varepsilon_\mu |B_\mu^*\rangle \quad (3.14)$$

so ist die Spektraldarstellung des Propagators $\hat{Z}$ wie folgt gegeben:

$$\hat{Z} = \sum_{\mu} |B_\mu^*\rangle \frac{1}{E^+ - \varepsilon_\mu} \langle \widetilde{B}_\mu^* | \quad (3.15)$$

Es ist hinreichend bekannt, daß die Berechnung des Resonanzspektrums eines immensen Aufwands bedarf, andererseits hat uns die Pion-Kern-Streuung gelehrt, daß unter gewissen Voraussetzungen, wie nicht zu große Anregungsenergien und Beschränkung auf kleine Streuwinkel, der Hamiltonoperator und damit das Resonanzspektrum drastisch zu vereinfachen ist.

Unter der Voraussetzung, daß die Eigenmoden energetisch nicht diskriminiert sind, bewegen wir uns im Rahmen der Closure Approximation (Kli 83):

$$(\bar{E}^+ - \varepsilon_\mu)^{-1} = (\bar{E}^+ - \bar{\varepsilon})^{-1} \quad (3.16)$$

für alle $|B_\mu^* \rangle$

Unter Berücksichtigung der Vollständigkeit des Resonanzspektrums resultiert somit für den Propagator:

$$\hat{Z} = \frac{1}{\bar{E}^+ - \bar{\varepsilon}} \sum_\mu |B_\mu^* \rangle \cdot \langle \widetilde{B}_\mu^*| = \frac{1}{\bar{E}^+ - \bar{\varepsilon}} \quad (3.17)$$

Diese restriktive Einschränkung des Spektrums hat zur Folge, daß jegliche Propagation im Zwischenzustand ausgeschlossen ist. Wir beschränken uns also im Wesentlichen auf die Einfachstreunäherung.

Wählen wir die nukleare Grundzustandsenergie mit Null, so ist E aus Gleichung (3.16) identisch mit der totalen Pionenenergie ω_π im Pion-Kern-Schwerpunktsystem. Durch Einführung einer endlichen Breite Γ wird berücksichtigt, daß das Delta in den πN -Kanal zerfallen kann.

$$\hat{Z} = \frac{1}{\omega_\pi - (E_{cl} - i\Gamma/2)} \cdot 1 \quad (3.18)$$

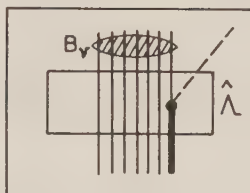
Die Breite Γ ist im Rahmen dieser Näherungen ein frei wählbarer Parameter. In praxi stellen wir die energieabhängige freie Deltabreite (Hän 78) in Rechnung

$$\Gamma(\omega_\pi) = \frac{8}{3} \cdot \frac{f^2}{4\pi} \cdot \frac{u_{12}^3}{u_\pi^2} \cdot \frac{\omega_R}{\omega_\pi} \quad (3.19)$$

wobei $\omega_R = 2.1 \cdot u_\pi$

Im letzten Schritt bleibt noch die Produktion des reellen auslaufenden Pions, unter Zurücklassung des fusionierten

Kerns B zu beschreiben. Der nebenstehend schematisch dargestellte Operator $\hat{\Lambda}(\underline{k}')$ läßt sich gemäß Anhang A2 wie nachstehend beschreiben:



$$\hat{\Lambda}(\underline{k}') = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{j \in B} \int d^3k' d^3p_\pi e^{i\underline{k}'(\underline{r}_j - \underline{r}_\pi)} (\hat{f}_j(\underline{k}'))^+ \quad (3.20)$$

$(\hat{f}_j)^+$ ist der adjungierte Operator von Gleichung (3.10). Jedoch ist aus der Pionstreuung bekannt, daß es für ein reelles Pion (on shell) zweckmäßiger ist, den Schmitterformfaktor zu verwenden (Kli 83) :

$$f_{\pi N \Delta}(\underline{k}') = f^* \cdot F_S(\underline{k}') \quad (3.21)$$

mit f^* aus Gleichung (3.12) und

$$F_S(\underline{k}') = \frac{\Lambda_S^2 + (2 \cdot k_r)^2}{\Lambda_S^2 + (2 \cdot k')^2} \quad (3.22)$$

Der Pionstreuung (Kli 83) entnehmen wir für den Cutoffparameter Λ_S und den Resonanzimpuls k_r , der durch die Bedingung $E(k_r) = M_\Delta$ definiert ist, folgende Werte:

$$\Lambda_S = 600 \text{ MeV} \quad ; \quad k_r = 230 \frac{\text{MeV}}{c} \quad (3.23)$$

Die bisherigen Ausführungen lassen sich somit in folgendem Modellhamiltonian subsummieren:

$$\begin{aligned}
 \widetilde{\mathcal{H}}_{\text{res}} &= \frac{1}{\omega_{\pi} - \bar{\varepsilon}} \cdot \hat{\mathcal{I}}(\underline{k}') \cdot \hat{W}(q) = \\
 &= \frac{1}{\omega_{\pi} - \bar{\varepsilon}} \cdot \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \cdot \frac{f_{\pi NN}(q)}{\omega_{\pi}} \cdot \frac{f_{\pi NA}(q)}{\omega_{\pi}} \cdot \frac{f_{\pi ND}(k')}{\omega_{\pi}} \cdot \\
 &\cdot \sum_{j \in B} \sum_{i \in H_1} \sum_{k \in H_2} \int d^3 k' \cdot d^3 p_{\pi} \cdot e^{-i \underline{k}'(\underline{r}_j - \underline{r}_{\pi})} \cdot \\
 &\cdot (\underline{s}_j^{\downarrow} \cdot \underline{k}') \cdot (\underline{T}_j^{\downarrow} \cdot \hat{\Phi}') \cdot \int d^3 q \cdot v(q) \cdot e^{-i q(\underline{r}_i - \underline{r}_j)} \cdot \\
 &\cdot (\underline{s}_k^{\uparrow} \cdot q) \cdot (\underline{T}_k^{\uparrow} \cdot \hat{\Phi}) \cdot (\underline{\sigma}_i \cdot q) \cdot (\underline{T}_i \cdot \hat{\Phi})
 \end{aligned}
 \tag{3.24}$$

Wie bereits erläutert wurde, hat die Closure Approximation direkt zur Folge, daß jegliche Propagation des $(B-1), \Delta$ -Systems ausgeschlossen wurde. Somit muß in diesem Rahmen der Behandlung das reelle Pion am gleichen Nukleon emittiert werden, an dem das virtuelle absorbiert wurde, was im Falle der hier betrachteten Projektilemission formal auf die Bedingung ($j = k$) in Gleichung (3.24) führt; d.h. die Summe über B reduziert sich auf einen Term.

Mittels der Jakobi-Transformation (Anhang A2) sind wir schließlich in der Lage, den Wechselwirkungsoperator von Gleichung (3.24) in der gleichen fragmentseparablen Form zu schreiben wie in Gleichung (2.45):

$$\begin{aligned}
 \widetilde{\mathcal{H}}_{\text{res}} &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \cdot \int d^3 q \cdot v(q) \cdot \\
 &\cdot \hat{G}_q^{(i)}(\underline{p}) \cdot \hat{F}_{q, \underline{k}'}^{(j)}(q) \cdot \hat{H}_q(\underline{R}_{12})
 \end{aligned}
 \tag{3.25}$$

wobei

$$\hat{G}_q^{(i)}(f) = \sum_{i \in A_1} \hat{g}_i(q) \cdot e^{-iq \cdot v_i(f)} \quad (3.25.1)$$

$$\begin{aligned} \hat{F}_{q, \underline{k}'}^{(j)}(q) &= \frac{1}{\omega_\pi - \bar{\epsilon}} \cdot \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2} \cdot \sum_{j \in A_2} e^{iq \cdot v_j(q)} \\ &\cdot \int d^3k' \cdot d^3s_\pi \cdot e^{-ik'(\tau_j - s_\pi)} \cdot \hat{f}_j(q) \cdot (\hat{f}_j(\underline{k}'))^+ \end{aligned} \quad (3.25.2)$$

$$\hat{H}_q(R_{12}) = e^{-i\alpha_{12} \cdot q \cdot R_{12}} \quad (3.25.3)$$

Schließlich läßt sich durch Vergleich der unmittelbare Zusammenhang zu den allgemeinen Einteilchenoperatoren g' und f' aus Gleichung (2.45.1) bzw. (2.45.2) mit den obigen Operatoren herstellen:

$$\hat{g}'_i(q) = \hat{g}_i(q) \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \hat{f}'_j(q, \underline{k}') &= \frac{1}{\omega_\pi - \bar{\epsilon}} \cdot \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2} \cdot \int d^3k' \cdot d^3s_\pi \cdot \\ &\cdot e^{-ik'(\tau_j - s_\pi)} \cdot \hat{f}_j(q) \cdot (\hat{f}_j(\underline{k}'))^+ \end{aligned} \quad (3.27)$$

Transformieren wir zweckmäßigerweise die Invarianten aus Gleichung (3.24) noch auf sphärische Basis und betrachten somit alle Skalarprodukte als sphärische Tensorprodukte der Stufe Null, so erhalten wir in der Edmond'schen Konvention ((Edm 57) und Anhang (A3)) den resonanten Übergangsoperator in der explizit verwendeten Form:

$$\begin{aligned}
 \widetilde{\mathcal{H}}_{\text{Res}} &= \frac{1}{\omega_\pi - \bar{E}} \cdot \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{f_{\pi NN}(q)}{\omega_\pi} \cdot \frac{f_{\pi NA}(q)}{\omega_\pi} \cdot \frac{f_{\pi NA}(k')}{\omega_\pi} \\
 &\int d^3q \cdot v(q) \cdot \int d^3k' \cdot d^3p \cdot e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{p}} \cdot \sum_{i \in H_1} \sum_{j \in H_2} e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_i(\mathbf{p})} \\
 &\cdot e^{i(\mathbf{q} - \frac{\mathbf{k}'}{2}) \cdot \mathbf{r}_j(\mathbf{q})} \cdot \sum_{\alpha, \gamma} C_\Delta(\gamma, \alpha) \cdot (-1)^\alpha \cdot \sum_{\beta} d_\Delta(\beta) \cdot (-1)^\beta \\
 &\cdot [\tau_i^\alpha \times \tau_j^\alpha]^\gamma \times [\mathbf{q} \times [\mathbf{q} \times \mathbf{k}']]^\alpha]^\gamma]^\alpha \cdot [\tau_i^\alpha \times \tau_j^\alpha]^\beta \times [\hat{\phi}']^\beta \\
 &\cdot e^{-i\alpha_{12}(\mathbf{q} - \beta \cdot \frac{\mathbf{k}'}{2}) \cdot \mathbf{B}_{12}} \cdot e^{-i\frac{1}{\sqrt{B}} \cdot \mathbf{k}' \cdot \mathbf{B}_{CH}}
 \end{aligned}$$

(3.28)

Hierin gibt $\alpha \in \{0, 1\}$ an, ob die Pionrückstreuung via Spin-nonflip ($\alpha = 0$) bzw. Spinflip ($\alpha = 1$) erfolgt; analoges gilt für B im Isospinraum. Für die Konstanten ergeben sich gemäß Anhang (A3) mit $\hat{x} = \sqrt{2x + 1}$:

$$C_\Delta(\gamma, \alpha) = -N(\alpha) \cdot \hat{\gamma} \quad (3.29)$$

$$d_\Delta(\beta) = (-1)^\beta \cdot N(\beta) \cdot \hat{\beta} \quad (3.30)$$

mit

$$N(0) = -\frac{2}{\sqrt{3}} \quad (3.31)$$

$$N(1) = \frac{\sqrt{2}}{3} \quad (3.32)$$

und

$$\alpha_{12} = \sqrt{\frac{H_1 + H_2}{H_1 \cdot H_2}} \quad (3.33)$$

$$(3.34)$$

Die Berechnung der Koeffizienten $N(x)$ findet sich im Anhang (A3, Gl. (3.5)), Einzelheiten bezüglich der Jakobi-Transformation in Anhang (A2).

Wie die Erfahrung aus der Pion-Kern-Streuung lehrt, können differentielle Wirkungsquerschnitte im Rahmen eines ΔN -Resonanzmodells (Kli 83) ab Anregungsenergien von ca. 200 MeV hinreichend gut mittels der resonanten T-Matrix beschrieben werden. Für kleinere Energien ist es jedoch unumgänglich, auch nichtresonante Prozesse zu berücksichtigen.

Bereits in Kapitel (2.2) wurde ausführlich erläutert, daß aus dieser direkten Kanal-Kanal-Kopplung eine große Anzahl additiver Beiträge zur resonanten T-Matrix, die explizit in der dort vorgestellten Formulierung nicht alle in Rechnung gestellt werden können, resultiert.

Da wir unter dem Speziellen Gesichtspunkt der Closure Approximation bereits erkennen konnten, daß diesem Fusionsmodell die Amplitude des elementaren $NN \rightarrow NN\pi$ Übergangs zu Grunde liegt, können wir auf dieser Basis die nichtresonanten Terme als kleine Störungen zu dem dominanten resonanten Anteil betrachten, und somit in erster Ordnung Störungstheorie durch Addition der entsprechenden Feynman-Graphen berücksichtigen.

Zur Auswahl derselben lehnen wir uns stark an Erfahrungen, die diesbezüglich aus der Reaktion $p + p \rightarrow d + \pi^+$ gewonnen werden können. Es zeigt sich, daß neben dem resonanten direkten Delta-Term ($D\Delta$) noch folgende Beiträge in Betracht gezogen werden müssen: der gekreuzte Delta-Term ($C\Delta$), der direkte (DB) und gekreuzte (CB) Born-Term. Die Gemeinsamkeit dieser vier Prozesse ist, daß sich das auslaufende Pion relativ zum Nukleon in einem P-Zustand, d.h. mit π -N-Relativdrehimpuls $l = 1$ befindet.

Daneben besteht selbstverständlich die Möglichkeit, daß diese Rückstreuung auch in anderen Partialwellen erfolgt. Wie es sich zeigte (Ose 82), ist der Einfluß der höheren Wellen (D, F, etc.) unerheblich, wogegen, besonders an der Schwelle, die S-Wellen-Rückstreuung Berücksichtigung finden sollte. Dieser Prozeß kann natürlich auch nur in Störungstheorie behandelt werden, zumal dieser Term in der Reaktionstheorie aus grundlegenden Betrachtungen, siehe Kapitel 2.2 Gleichung (2.11), ausgeschlossen wurde.

Der Gesamtwechselwechselwirkungsoperator wird somit aus fünf Elementarprozessen aufgebaut, die in Figur 13 schematisch vorgestellt werden.

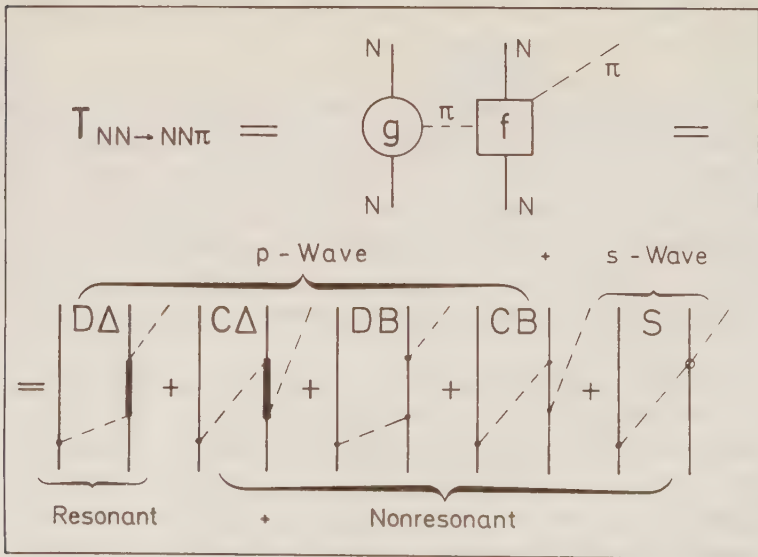
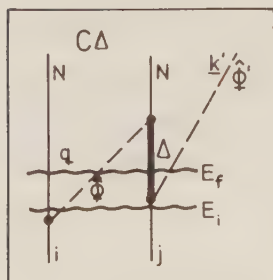


Fig. 13: Die explizit berücksichtigten Elementarprozesse

Im nächsten Kapitel wird die explizite Form der nichtresonanten Wechselwirkungsoperatoren unter den gleichen Gesichtspunkten wie für den resonanten abgeleitet. Die entsprechenden Amplituden werden sodann in erster Ordnung Störungstheorie auf den dominanten Anteil des direkten Delta-Terms addiert.

3.1.2. Die nichtresonante P-Wellen-Rückstreuung

3.1.2.1. Der gekreuzte Δ -Term ($C\Delta$)



Wie schon in Kapitel 2 erwähnt, werden wir uns bei der Behandlung der nichtresonanten Terme auf einen störungstheoretischen Zugang in der Closure-Näherung beschränken. Betrachten wir zunächst den Energienenner des gekreuzten Delta-Terms:

$$\frac{1}{E_{ca}} = \frac{1}{(2M_N + \omega) - (M_N + M_\Delta + \omega + \omega_\pi)}$$

Fig. 14: Der $C\Delta$ -Term

$$= \frac{1}{M_N - M_\Delta - \omega_\pi} = \frac{-1}{\omega_\pi + \bar{E}} \quad (3.35)$$

Es ist deutlich, daß dieser Energienenner keinen Pol auf der reellen Achse durchläuft, und daher das Gesamtsystem kein resonanzartiges Verhalten aufzeigen kann. Alleine aus Energienennerabschätzungen läßt sich bereits an dieser Stelle sagen, daß der $C\Delta$ -Term zwar um mindestens eine Größenordnung gegenüber dem $\Delta\Delta$ -Term numerisch unterdrückt ist, aber auf Grund seines negativen Vorzeichens in Gleichung (3.35) das Interferenzverhalten der Gesamtamplitude zu beeinflussen vermag.

An dieser Stelle sei es einmal ausdrücklich erwähnt, daß die Reihenfolge der Spin-Isospinoperatoren der des Wechselwirkungsprozesses entsprechen muß.

Konkret bedeutet dies im Falle des gekreuzten Delta-Terms, daß die Spin-Isospinoperatoren bezüglich des rückstreuenden Fragments gegenüber dem $D\Delta$ -Term zu vertauschen sind, da die Emission des reellen Pions zeitlich vor der Absorption des virtuellen Pions erfolgt. Die Emission des virtuellen Pions bleibt davon natürlich unbehelligt:

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_{c\Delta} = & \frac{-1}{\omega_n + \bar{e}} \cdot \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2} \cdot \frac{f_{\pi NN}(q)}{\omega_\pi} \cdot \frac{f_{\pi N\Delta}(q)}{\omega_\pi} \cdot \frac{f_{\pi N\Delta}(k')}{\omega_\pi} \int d^3q \cdot v(q) \cdot \\ & (\hat{S}_i \cdot q) \cdot (\hat{T}_i \cdot \hat{\Phi}) \cdot e^{-iq(\hat{T}_i - \hat{T}_j)} \cdot \int d^3k' \cdot d^3p_\pi \cdot e^{i \cdot k' \cdot (-\hat{T}_j + p_\pi)} \cdot \\ & (\hat{S}_j^\dagger \cdot q) \cdot (\hat{T}_j^\dagger \cdot \hat{\Phi}) \cdot (\hat{S}_j^\dagger \cdot k') \cdot (\hat{T}_j^\dagger \cdot \hat{\Phi}') \end{aligned} \quad (3.36)$$

Nach der bereits in Kapitel (3.1.1) erwähnten Methode, siehe auch Anhang (A3), erhalten wir für den Vielteilchenoperator:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{H}}_{c\Delta} = & \frac{-1}{\omega_n + \bar{e}} \cdot \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2} \cdot \frac{f_{\pi NN}(q)}{\omega_\pi} \cdot \frac{f_{\pi N\Delta}(q)}{\omega_\pi} \cdot \frac{f_{\pi N\Delta}(k')}{\omega_\pi} \cdot \\ & \int d^3q \cdot v(q) \cdot \int d^3k' \cdot d^3p_\pi \cdot e^{i \cdot k' \cdot p_\pi} \cdot \sum_{i \in H_1} \sum_{j \in H_2} \\ & e^{-iq \cdot v_i(p)} \cdot e^{i(q - k') \cdot v_j(q)} \cdot \sum_{\alpha, \gamma} C_\Delta(\gamma, \alpha) \sum_\beta d_\Delta(\beta) \\ & \cdot [\hat{S}_i \times \hat{S}_j^\alpha]^\gamma \times [q \times [q \times k']^\alpha]^\gamma]^\gamma \cdot [\hat{T}_i \times \hat{T}_j^\beta]^\beta \times \hat{\Phi}^\beta]^\beta \\ & \cdot e^{-i\alpha_n(q - \beta p \cdot k') \cdot R_n^\beta} \cdot e^{-i \frac{1}{\sqrt{B}} \cdot k' \cdot R_{ch}^\beta} \end{aligned} \quad (3.37)$$

wobei die verschiedenen Größen in Gleichungen (3.29 - 3.34) und in dem darauf folgenden Text erläutert sind.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, daß sich $\hat{\chi}_{C\Delta}$, abgesehen vom Energienenner, in den verschiedenen Spin-Isospin-Kanälen nur durch eine Phase vom entsprechenden $D\Delta$ -Term unterscheidet.

3.1.2.2. Direkter Born-Term

Das virtuell ausgetauschte Pion muß bei der Absorption mit dem Nukleon nicht zwingend die $\Delta(3,3)$ -Resonanz anregen. Vornehmlich bei kleineren Energien wird der Fall eintreten, daß im Zwischenzustand das Nukleon nicht angeregt wird, sondern im Grundzustand verbleibt, siehe Figur 15.

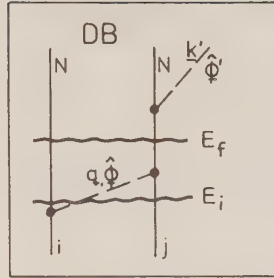


Fig. 15: Der DB-Term

Der Operator $\hat{F}$, der die Rückstreuung beschreibt, braucht keinen $|s = 1/2\rangle \rightarrow |s = 3/2\rangle$ Übergang zu vermitteln. Er wirkt vielmehr nur im $s = 1/2$ -Raum und wird somit durch Paulimatrizen dargestellt.

Auch in diesem Falle wird das virtuelle Pion nichtresonant produziert. Wir können somit festhalten, daß der Operator G für alle betrachteten Graphen der Gleiche ist.

Für den Energienenner erhalten wir analog Gleichung (3.35)

$$\frac{1}{E_{DB}} = \frac{1}{(2M_N + \omega_\pi) - 2M_N} = \frac{1}{\omega_\pi} \quad (3.38)$$

Somit lautet der Zweiteilchenoperator für den direkten Born-Term:

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_{DB} = & \frac{1}{\omega_\pi} \cdot \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2} \left(\frac{f_{\pi NN}(q)}{\omega_\pi}\right)^2 \cdot \frac{f_{\pi NN}(k')}{\omega_\pi} \cdot \int d^3q \cdot v(q) \cdot \\ & \cdot e^{iq \cdot (-\tau_i + \tau_j)} \cdot (\underline{\sigma}_i \cdot \underline{q}) \cdot (\underline{\tau}_i \cdot \hat{\phi}) \cdot \int d^3k' \cdot d^3p_\pi \cdot e^{ik' \cdot (-\tau_j + \tau_\pi)} \\ & \cdot (\underline{\sigma}_j \cdot \underline{k}') \cdot (\underline{\tau}_j \cdot \hat{\phi}') \cdot (\underline{\sigma}_j \cdot \underline{q}) \cdot (\underline{\tau}_j \cdot \hat{\phi}) \end{aligned} \quad (3.39)$$

Gemäß Anhang (A2) folgt dann für den Vielteilchenoperator:

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathcal{H}}_{\text{DB}} = & \frac{1}{\omega_{\pi}} \cdot \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{f_{\pi NN}(q)}{\omega_{\pi}}\right)^2 \cdot \frac{f_{\pi NN}(k')}{\omega_{\pi}} \\
 & \int d^3q \cdot v(q) \cdot \int d^3k' \cdot d^3p_{\pi} \cdot e^{i\vec{k}' \cdot \vec{p}_{\pi}} \cdot \sum_{i \in H_1} \sum_{j \in H_2} \\
 & \cdot e^{-i\vec{q} \cdot \vec{v}_i(\beta)} \cdot e^{i(\vec{q} - \vec{k}') \cdot \vec{v}_j(\gamma)} \cdot \sum_{\alpha, \gamma} C_B(\gamma, \alpha) \cdot (-1)^{\alpha} \cdot \\
 & \cdot [\bar{\psi}_i \times \psi_j^{\alpha}]^{\gamma} \times [q \times [q \times k']^{\alpha}]^{\gamma}]^0 \cdot \\
 & \cdot \sum_{\beta} d_B(\beta) \cdot (-1)^{\beta} \cdot [\bar{\psi}_i \times \psi_j^{\beta}]^{\gamma} \times \hat{\phi}'^0 \cdot \\
 & \cdot e^{-i\alpha_{\pi}(\gamma - \beta, \vec{k}') \cdot \vec{R}_{12}} \cdot e^{-i\frac{1}{\sqrt{B}} \cdot \vec{k}' \cdot \vec{R}_{CM}}
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

Wobei

$$C_B(\gamma, \alpha) = -z(\alpha) \cdot \hat{\gamma} \tag{3.41}$$

$$d_B(\beta) = (-1)^{\beta} \cdot z(\beta) \cdot \hat{\beta} \tag{3.42}$$

Die Berechnung der Koeffizienten $z(X)$ ist wieder in Anhang (A3, Gl. (A3.3)) durchgeführt:

$$z(0) = -\sqrt{3} \tag{3.43}$$

$$z(1) = -\sqrt{2} \tag{3.44}$$

Einzigster Unterschied, abgesehen von Energienenner und Kopplungskonstanten, zum DA -Term sind einzig und allein die oben aufgeführten Konstanten, die aus Spinkopplungen resultieren.

3.1.2.3. Gekreuzter Born-Term

Hier erfolgt die Emission des reellen Pions zeitlich vor der Absorption des virtuellen Pions. Da im Zwischenzustand kein Delta angeregt wird, muß im Spin-Isospinanteil des direkten Born-Terms nur die Reihenfolge der Rückstreuoperatoren vertauscht werden. Für den Energienenner folgt unmittelbar:

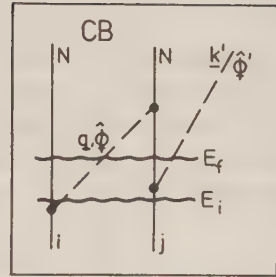


Fig. 16: Der CB-Term

$$\frac{1}{E_{CB}} = \frac{1}{(2M_N + \omega) - (2M_N + \omega + \omega_\pi)} = \frac{-1}{\omega_\pi}$$

Da somit die Differenzen bezüglich der Zweiteilchenamplitude des DB-Terms offenkundig sind, kann unmittelbar der Vielteilchenoperator angegeben werden

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}}_{CB} &= \frac{-1}{\omega_\pi} \cdot \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \cdot \left(\frac{f_{\pi NN}(q)}{\omega_\pi}\right)^2 \cdot \frac{f_{\pi NN}(k')}{\omega_\pi} \\ &\cdot \int d^3q \cdot v_i(q) \cdot \int d^3k' \cdot d^3p_\pi \cdot e^{i\frac{k'}{2} \cdot p_\pi} \cdot \sum_{i \in A_1} \sum_{j \in A_2} \\ &\cdot e^{-iq \cdot v_i(s)} \cdot e^{i(q - \frac{k'}{2}) \cdot v_j(t)} \cdot \sum_{\alpha, \delta, j, \beta} C_B(\delta, \alpha) \cdot d_B(\beta) \\ &\cdot [\bar{\psi}_i \times \psi_j^\alpha]^\delta \times [q \times [q \times k']^\alpha]^\delta \cdot [\bar{\psi}_i \times \psi_j^\beta]^\alpha \times [\hat{\phi}']^\alpha \\ &\cdot e^{i\alpha_{12}(q - \beta \cdot \frac{k'}{2}) \cdot R_{12}^T} \cdot e^{-i\frac{1}{\sqrt{B}} \cdot \frac{k'}{2} \cdot R_{CM}^T} \end{aligned}$$

3.1.3. Zusammenfassung der p-Wellen-Amplitude

Aus der Diskussion und den Ergebnissen der letzten Abschnitte wurde bereits eine große strukturelle Verwandtschaft der vier P-Wellen-Beiträge offenkundig. In Hinblick auf die Auswertung zeigt es sich, daß es von Vorteil ist, diese vier Vielteilchenoperatoren formal zu einem Operator zusammenzufassen.

An dieser Stelle erscheint es sinnvoll, weitere Definitionen und Abkürzungen einzuführen:

$$\mathcal{C}' = \frac{f^{*2}}{u_\pi} \cdot \frac{f}{u_\pi} \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \quad (3.46)$$

$$f^* = f_{\pi N \Delta}(q) \quad ; \quad f = f_{\pi N N}(q) \quad (3.47)$$

Zwei zusätzliche Indizes D und G erlauben uns folgende notwendige Verzweigung:

$$D = 0 \quad \rightarrow \quad \text{Born-Term} \quad (3.48.1)$$

$$D = 1 \quad \rightarrow \quad \text{Delta-Term} \quad (3.48.2)$$

$$G = 0 \quad \rightarrow \quad \text{direkte Terme} \quad (3.48.3)$$

$$G = 1 \quad \rightarrow \quad \text{gekreuzte Terme} \quad (3.48.4)$$

Dies eröffnet die Möglichkeit, die Koeffizienten C_B (d_B) und C_Δ (d_Δ) zusammenzufassen:

$$\mathcal{d}(\beta, D, G) = N(\beta, D) \cdot \hat{\beta} \cdot (\delta(G) + (-1)^\beta \cdot \delta(G-1)) \quad (3.49.1)$$

$$C(\gamma, \alpha, \mathcal{D}, G) = (-1) \cdot N(\alpha, \mathcal{D}) \cdot \hat{y} \cdot \left((-1)^\alpha \cdot \delta(G) + \delta(G-1) \right) \quad (3.49.2)$$

wobei

$$\begin{aligned} N(0,0) &= -\sqrt{3} & , & & N(1,0) &= -\sqrt{2} \\ N(0,1) &= -\frac{2}{\sqrt{3}} & , & & N(1,1) &= +\frac{\sqrt{2}}{3} \end{aligned} \quad (3.50)$$

Nun muß noch der Energienenner und die Konstante der veränderten Situation angepaßt werden:

$$\frac{1}{E_2(\mathcal{D}, G)} = \frac{(-1)^G}{\omega_\pi - (-1)^G \cdot \mathcal{D} \cdot \bar{E}} \quad (3.51)$$

Um zu gewährleisten, daß die richtige Kombination der Kopplungskonstanten auftritt, definieren wir die folgende Funktion:

$$f(\mathcal{D}, G) = \frac{1}{E_2(\mathcal{D}, G)} \cdot \left\{ 1 + \left[\left(\frac{f}{f^*} \right)^2 - 1 \right] \cdot \delta(\mathcal{D}) \right\} \quad (3.52)$$

Somit sind wir in der Lage einen einzigen Operator für die pionische Fusion mittels p-Wellen-Rückstreuung anzugeben.

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathcal{H}}_p &= e' \cdot \int d^3q \cdot v(q) \cdot \int d^3k' d^3s_\pi \cdot e^{i\vec{k}' \cdot \vec{s}_\pi} \cdot \\
 &\sum_{D, G} f(D, G) \sum_{i \in A_1} \sum_{j \in A_2} e^{-iq v_i(f)} \cdot e^{i(q-k') v_j(f)} \\
 &\cdot \sum_{\alpha, \gamma} C(\gamma, \alpha, D, G) \cdot [\bar{L} \tau_i \times \sigma_j^\alpha]^\gamma \times [q \times [q \times k']^\alpha]^\gamma]^\alpha \cdot \\
 &\sum_{\beta} d(\beta, D, G) \cdot [\bar{L} \tau_i \times L_j^\beta]^\gamma \times \hat{\phi}^\gamma]^\alpha \cdot \\
 &\cdot e^{-i\alpha_n(q - \beta \cdot k') \cdot B_n^\gamma} \cdot e^{-i \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot k' \cdot B_{CM}^\gamma}
 \end{aligned}$$

(3.53)

Das Produkt R, das die ganze numerische Operatorstruktur beinhaltet

$$R(D, G) = \frac{1}{E_2(D, G)} (-1)^\gamma \cdot \hat{\alpha} \cdot C(\gamma, \alpha, D, G) \cdot d(\beta, D, G) \quad (3.54)$$

ist für jeden Elementarprozeß in die verschiedenen Spin-Isospinkanäle aufgeschlüsselt und in Abhängigkeit von der dem System verfügbaren Pionenenergie ω_π , die ungleich der kinetischen CM-Energie ist (siehe Anhang A1), für eine energieabhängige Closure-Energie gemäß Gleichungen (3.18/3.19) in Figur 17 dargestellt worden.

Es ist festzuhalten, daß die Aussagen, die aus den Darstellungen von Figur 17 gezogen werden können, allgemeiner Art sind, da sie nur den Operator reflektieren. Zugunsten einer größeren Transparenz werden in Figur 17 nur die Realteile von $R(D, G)$ gezeigt.

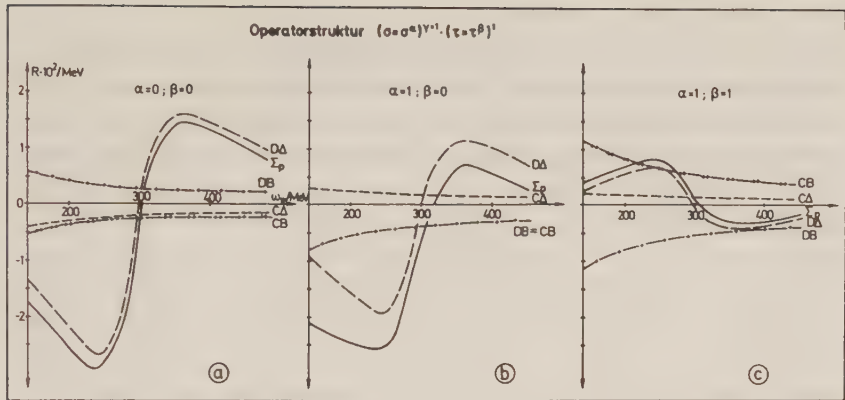


Fig. 17: Die energieabhängigkeit des Realteils des p-Wellenoperators gemäß Gleichungen (3.53, 3.54). Es gilt: $R(\alpha=0, \beta=1) = R(\alpha=1, \beta=0)$; $D\Delta = \text{---}$, $C\Delta = \text{----}$, $DB = \text{+---+}$, $CB = \text{+---+}$, $\Sigma_p = \text{---}$

Imaginärteile existieren natürlich lediglich für die Delta-Terme. Die relative Bedeutungslosigkeit des Imaginärteils des gekreuzten Delta-Terms begründet sich auch wiederum im Energienenner $E_Z(D,G)$. Im weiteren wurde auch darauf verzichtet, den Einfluß der Terme mit $\gamma = 2$ aufzuzeigen, die, wie wir später noch sehen werden, aus Geometrie Gründen in der Regel eine Größenordnung kleiner als die Beiträge mit $\gamma = 1$ sind.

Um die in Gleichung (3.54) mit Figur 17 vermittelte Information noch zu vertiefen, soll die Bedeutung der Bornsterme exemplarisch diskutiert werden. Dazu extrahieren wir aus der Gleichung (3.39) die relevante Spin-Isospinstruktur des rückstreuenden Nukleons $j \in A_2$ inklusive des Vorzeichens des Energienenners:

$$OP_{\mathfrak{A}\mathfrak{B}} := (\underline{\mathfrak{S}}_j \cdot \underline{k}') \cdot (\underline{\mathfrak{S}}_j \cdot \underline{q}) \cdot (\underline{\mathfrak{I}}_j \cdot \hat{\Phi}') \cdot (\underline{\mathfrak{I}}_j \cdot \hat{\Phi}) \quad (3.54.1)$$

$$OP_{c\mathfrak{B}} := (-1) \cdot (\underline{\mathfrak{S}}_j \cdot \underline{q}) \cdot (\underline{\mathfrak{S}}_j \cdot \underline{k}') \cdot (\underline{\mathfrak{I}}_j \cdot \hat{\Phi}) \cdot (\underline{\mathfrak{I}}_j \cdot \hat{\Phi}') \quad (3.54.2)$$

es gilt allgemein:

$$(\underline{\mathfrak{S}} \cdot \underline{q}) \cdot (\underline{\mathfrak{S}} \cdot \underline{k}) = \mathbb{1}_S \cdot (\underline{q} \cdot \underline{k}) + i \underline{\mathfrak{S}} \cdot (\underline{q} \times \underline{k}) \quad (3.45.3)$$

somit resultiert für Gleichung (3.54.1):

$$\begin{aligned} OP_{\mathfrak{A}\mathfrak{B}} &= \mathbb{1}_S \cdot \mathbb{1}_T \cdot (\underline{k}' \cdot \underline{q}) \cdot (\hat{\Phi}' \cdot \hat{\Phi}) + i \mathbb{1}_S (\underline{k}' \cdot \underline{q}) \cdot \underline{\mathfrak{I}} \cdot (\hat{\Phi}' \times \hat{\Phi}) + \\ &+ i \underline{\mathfrak{S}} (\underline{k}' \times \underline{q}) \cdot \mathbb{1}_T \cdot (\hat{\Phi}' \cdot \hat{\Phi}) - \underline{\mathfrak{S}} (\underline{k}' \times \underline{q}) \cdot \underline{\mathfrak{I}} \cdot (\hat{\Phi}' \times \hat{\Phi}) \\ &= (\underline{q} \cdot \underline{k}') \cdot (\hat{\Phi}' \cdot \hat{\Phi}) - i (\underline{q} \cdot \underline{k}') \cdot \underline{\mathfrak{I}} \cdot (\hat{\Phi}' \times \hat{\Phi}) - \\ &- i \underline{\mathfrak{S}} (\underline{q} \times \underline{k}') \cdot (\hat{\Phi}' \cdot \hat{\Phi}) - \underline{\mathfrak{S}} (\underline{q} \times \underline{k}') \cdot \underline{\mathfrak{I}} \cdot (\hat{\Phi}' \times \hat{\Phi}) \end{aligned} \quad (3.54.4)$$

$$\begin{aligned} OP_{c\mathfrak{B}} &= (-1) \cdot \left\{ (\underline{q} \cdot \underline{k}') \cdot (\hat{\Phi}' \cdot \hat{\Phi}') + (\underline{q} \cdot \underline{k}') \cdot \underline{\mathfrak{I}} \cdot (\hat{\Phi}' \times \hat{\Phi}') \right. \\ &\quad \left. + i \underline{\mathfrak{S}} (\underline{q} \times \underline{k}') \cdot (\hat{\Phi}' \cdot \hat{\Phi}') - \underline{\mathfrak{S}} (\underline{q} \times \underline{k}') \cdot \underline{\mathfrak{I}} \cdot (\hat{\Phi}' \times \hat{\Phi}') \right\} \end{aligned} \quad (3.54.5)$$

Die erste Schlußfolgerung, die aus dieser Betrachtung resultiert, ist, daß der direkte bzw. gekreuzte Bornterm jeweils für sich alleine ausgewertet, im allgemeinen verschieden große Wirkungsquerschnitte liefert, siehe auch Anhang A3, Gleichung (A.3.12/A.3.13)

Werden sie jedoch aufaddiert, entnehmen wir Gleichungen (3.54.4 und 3.54.5), daß sich die Spin-Isospin-Nonflip- ($\alpha = \beta = 0$) und die Spin-Isospin-Flipkanäle ($\alpha = \beta = 1$) jeweils gegeneinander wegheben, und somit nur die gemischten Kanäle beitragen. Von diesen ist nur noch mittels Gleichung (3.54) bekannt, daß deren Amplituden gleich groß sind, was zur Folge hat, daß für den gesamten Beitrag der Bornterme prinzipiell nur die beiden gemischten Spin-Isospinkanäle zu berechnen wären.

Obliegt das rückstreuende Fragment noch zusätzlichen restriktiven Spin-Isospinforderungen wie z.B. Beschränkung auf Spin-non-Isospinonflip-Übergänge, so liefert die Gesamtheit der Bornterme in diesem Falle keinen Beitrag. Aufgrund der geringen Bedeutung des gekreuzten Delta-Terms wird in einer derartig speziellen Situation der direkte Delta-Term den gesamten Energiebereich dominieren.

Weiterhin bleibt noch festzuhalten, daß die Berücksichtigung der nichtresonanten Elementarprozesse bei kleinen Pionenenergien die totale Übergangsamplitude relativ zum $\Delta\Delta$ -Term vergrößert, wogegen diese für hohe Energien leicht an Stärke verliert. Dieses Phänomen wird vor allem z.B. im Spinflip-Isospinonflipkanal (Fig. 17b) im Vergleich der Kurven deutlich, die dem $\Delta\Delta$ -Term bzw. der Summe aller p-Wellenbeiträge (Σp) entsprechen.

Es soll an dieser Stelle aber keineswegs der Eindruck erweckt werden, als sei es bereits mittels Figur 17 möglich, Anregungsfunktionen verschiedener Reaktionen vollständig zu beschreiben. Die Gleichung (3.54) und damit Figur 17, sollte daher auch nur als - erfreulich transparente - Diskussionshilfe verstanden werden.

3.2. Die S-Wellen-Rückstreuung

Wie aus der Analyse der Reaktion $p + p \rightarrow d + \pi^+$ bekannt ist, siehe z.B. (Max 80) oder (Ose 82), spielt an der Pionschwelle die S-Wellen-Rückstreuung eine nicht unerhebliche Rolle. Bedingt durch die spezielle experimentelle Situation, die noch zu diskutieren ist, soll der S-Welle etwas mehr Augenmerk als üblich geschenkt werden. Ganz zu Beginn wollen wir festhalten, daß die Zündung des Fusionsprozesses wie bei den p-

Wellen durch einen Gamow-Teller-Übergangs stattfindet. In der T-Matrix werden wir also den mittlerweile vertrauten Operator $\hat{G}_q$ ($\mathcal{G}_i$) aus Gleichung (3.25.1) wiederfinden.

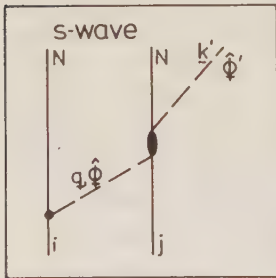


Fig. 18: Die S-Wellen-Rückstreuung

Wenden wir uns dem s-Wellen-Rückstreumechanismus an sich zu. Dieser effektive $\pi\pi NN$ -Vertex setzt sich im Wesentlichen aus drei dynamischen Beiträgen zusammen. Zu bemerken ist, daß Spinflipübergänge im betrachteten Fall prinzipiell

nicht möglich sind. Der Hauptbeitrag der s-Wellen- πN -Rückstreuung wird dem $\mathcal{G}$ -Mesonaustausch im t-Kanal zugeschrieben (Wei 67), siehe Figur 19a.

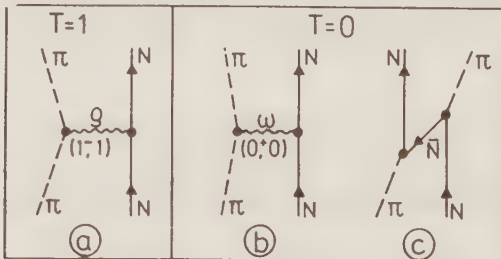


Fig. 19: Isospinflip-(a) bzw. Isospinnonflipbeiträge (b, c) zur s-Wellen-Rückstreuung

Hierzu bedient man sich der 2π -Resonanz derart, daß die beiden Pionen ($J^\pi = 0^-, T = 1$) mit Relativdrehimpuls $l_\pi = 1^-$ zum isovektoriellen ρ -Meson ($J^\pi = 1^-, T = 1$) koppeln. In diesem Bild besteht natürlich die Möglichkeit, daß die Pionen ohne Relativdrehimpuls isoskalar zu dem ω -Meson ($0^+, 0$) koppeln. Diesem Prozeß steht aber der Anti-Nukleon ($\bar{n}$)-Austausch entgegen (Figur 19c), von dem angenommen wird, daß er sich mit dem $T = 0$ 2π -Austausch nahezu vollständig aufhebt (Max 80).

Da es in diesem Rahmen nicht unser Anliegen sein soll, eine mikroskopische Theorie zur s-Wellen-Rückstreuung zu formulieren, werden wir uns stattdessen, unter Umgehung der soeben skizzierten Komplikationen eines dynamischen Modells, den Zugang mit dem phänomenologischen Lagrangian von Koltun und Reitan (Kol 66) verschaffen:

$$\mathcal{L}_s = 4\pi \cdot \left\{ \frac{\lambda_1}{\omega_\pi} \cdot \bar{\Psi} \cdot \Phi \cdot \Phi' \cdot \Psi + \frac{\lambda_2}{\omega_\pi^2} \cdot \bar{\Psi} \cdot \underline{\tau} \cdot (\Phi \times \underline{\pi}) \cdot \Psi \right\} \quad (3.55)$$

Hier sind Ψ und Φ der Nukleon- bzw. Pionfeldoperator und $\underline{\pi}$ ist der kanonisch konjugierte Operator zu $\underline{\Phi}$. Der zweite Term ist der isovektorielle Anteil, beschrieben durch den ρ -Austausch in Figur 19 a. Der erste Term sollte nach all dem bisher Gesagten klein sein, was in den Kopplungskonstanten λ_i zum Ausdruck kommen muß; diese berechnen sich aus den s-Wellen πN -Streulängen (Nag 78) a_1 und a_3 zu:

$$\lambda_1 = -\frac{1}{6} \omega_\pi \cdot (a_1 + 2a_3) = 0.0065 \quad (3.56.1)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{6} \cdot \omega_\pi (a_1 - a_3) = 0.05 \quad (3.56.2)$$

Es zeigte sich, daß der Lagrangian (3.55) mit den soeben angegebenen Werten für λ in der Lage ist, die S_{31} πN -Streuphase bis Pionlaborenergien von ca. 300 MeV hinreichend gut zu beschreiben. Die S_{11} -Streuphase wird dagegen ab einer Energie von ca. 50 MeV massiv überschätzt. Da jedoch der S-Wellenmechanismus für größere Energien zunehmend unwichtiger wird, kann diese Unzulänglichkeit, die sich vermutlich durch energieabhängige Kopplungskonstanten beheben ließe, unbeachtet bleiben.

Bevor wir die Zweiteilchenamplitude angeben, wollen wir den Lagrangian von Gleichung (3.55) noch kurz beleuchten, insbesondere den Pionfeldoperator $\phi(x)$, der z.B. ein Pion mit 4-er Impuls q im Ladungszustand c vernichte:

$$\langle 0 | \phi(x) | q, c \rangle = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \omega_q}} \cdot e^{-i\omega_q t} \cdot e^{i q x} \quad (3.57)$$

für den konjugierten Operator gilt:

$$\begin{aligned} \langle 0 | \pi(x) | q, c \rangle &= \langle 0 | \dot{\phi}(x) | q, c \rangle = \\ &= -\frac{i\omega_q}{\sqrt{2\omega_q}} e^{-i\omega_q t} \cdot e^{i q x} = -i\omega_q \cdot \langle 0 | \phi(x) | q, c \rangle \end{aligned} \quad (3.58)$$

bzw. als Operatorgleichung:

$$\pi(x) = -i\omega_q \cdot \phi(x)$$

Da uns allein der Isospinanteil von Gleichung (3.55) am Nukleon $j \in A_2$ interessiert, erhalten wir:

$$\mathcal{L}_S(j) = \frac{4\pi}{\omega_\pi} \cdot \left\{ \lambda_1 \cdot \hat{\Phi} \cdot \hat{\Phi}' - i\omega_1 \frac{\lambda_1}{\omega_\pi} \cdot \tau_j \cdot (\hat{\Phi} \times \hat{\Phi}') \right\} \quad (3.59)$$

In enger Anlehnung an die Abhandlungen von Kapitel(2.3) resultiert für die Zweiteilchenamplitude:

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_S(i,j) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \cdot \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{4\pi}{\omega_\pi} \cdot \frac{f_{\pi NN}(q)}{\omega_\pi} \\ &\cdot \int d^3q \cdot v(q) \cdot e^{iq(\tau_j - \tau_i)} \cdot (\sigma_i \cdot q) \cdot (\tau_i \cdot \hat{\Phi}) \cdot \\ &\cdot \left\{ \lambda_1 (\hat{\Phi} \cdot \hat{\Phi}') - i\omega_1 \tau_j \cdot (\hat{\Phi} \times \hat{\Phi}') \right\} \cdot \\ &\cdot \int d^3k' \cdot d^3p_\pi \cdot e^{ik'(\tau_\pi - \tau_j)} \end{aligned} \quad (3.60)$$

Es sei noch angemerkt, daß im Falle der s-Wellen-Rückstreuung die Propagation des Zwischensystems bereits implizit im phänomenologischen Ansatz des s-Wellen-Operators enthalten ist.

Der Vielteilchenoperator für den betrachteten Prozeß läßt sich nach einigen trivialen Umformungen, die ausführlich im Anhang (A4) dargestellt sind, auf eine p-Wellen-äquivalente Form bringen:

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathcal{H}}_S = & \left\{ \left(\frac{f}{u_\pi} \right)^p \cdot \frac{f}{u_\pi} \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \int d^3 q \cdot v(q) \cdot \right. \\
 & \cdot \int d^3 k' \cdot d^3 q_\pi \cdot e^{i k' \cdot q_\pi} \cdot \sum_{i \in A_1} \sum_{j \in A_2} \\
 & \cdot e^{-i q \cdot v_i(f)} \cdot e^{i(q - k') \cdot v_j(q)} \cdot \sum_{\alpha, 0} \delta_{\alpha, 0} \cdot \delta_{\alpha, 1} \cdot \\
 & \cdot C_S(\gamma, \alpha) \cdot [\bar{\sigma}_i \times \sigma_j^\alpha]^\delta \times [q \times [q^p \times k'^p]^\alpha]^\delta]^0 \cdot \\
 & \cdot \sum_{\beta} d_S(\beta) \cdot [\bar{\tau}_i \times \tau_j^\beta]^\gamma \times \Phi']^0 \} \cdot \delta_{p, 0} \cdot \\
 & \cdot e^{-i \alpha_\pi (q - \beta_p \cdot k') \cdot R_{12}^T} \cdot e^{-i \frac{1}{\sqrt{B}} \cdot k' \cdot R_{cn}^T}
 \end{aligned}$$

(3.61)

Bereits in Vorbereitung auf den nächsten Schritt, der Vereinigung von s- und p-Wellen, wurde der Index $p \in \{0, 1\}$ eingeführt; $p = 0$ bezeichnet den s-Wellenbeitrag, $p = 1$ den der p-Wellen.

Für die Koeffizienten erhalten wir schließlich:

$$C_S(\gamma, \alpha) = 3 \cdot \frac{4\pi}{u_\pi} \quad (3.62.1)$$

$$d_S(0) = \lambda_1$$

$$d_S(1) = \sqrt{2} \cdot \frac{\omega_q}{u_\pi} \cdot \lambda_2 \quad (3.62.2)$$

3.3. Der Gesamtoperator für Projektilemission

Mittlerweile sind wir in die Lage versetzt worden, einen Gesamtoperator für die Projektilemission anzugeben; die Vorbereitungen sind mit den Gleichungen (3.53 und 3.61) bereits getroffen worden:

$$\hat{\mathcal{H}}_{PE} = \hat{\mathcal{H}}_P + \hat{\mathcal{H}}_S \quad (3.63)$$

Bevor die zwei Anteile addiert werden, sollten zuerst noch einige Größen umdefiniert werden, um eine möglichst hohe Transparenz des Gesamtoperators zu erzielen.

$$(D, G) \mapsto n \in \{1, 2, 3, 4\}$$

d.h.	D = 0, G = 0	$\mapsto$	n = 1	DB	
	D = 0, G = 1	$\mapsto$	n = 2	CB	
	D = 1, G = 0	$\mapsto$	n = 3	DΔ	
	D = 1, G = 1	$\mapsto$	n = 4	CΔ	
			n = 5	S-Welle	(3.64)

Die Doppelindizierung D und G wird somit eindeutig auf einen Index n abgebildet:

$$P_n(\alpha, \beta, \gamma) = f(n) \cdot C(\gamma, \alpha, n) \cdot d(\beta, n) \cdot (f^{*2}/m_\pi) \quad (3.65)$$

$$S_S(\alpha, \beta, \gamma) = C_S(\gamma, \alpha) \cdot d_S(\beta) \cdot \delta_{\alpha, 0} \cdot \delta_{\gamma, 1} \quad (3.66)$$

$$\mathcal{E} = \frac{f}{m_\pi} \cdot \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2} \quad (3.67)$$

Demnach erhalten wir für den Gesamtoperator:

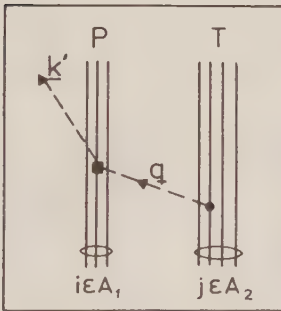
$$\begin{aligned}
 \hat{\mathcal{H}}_{PE} = & e \cdot \int d^3q \cdot v(q) \cdot \int d^3k' \cdot d^3p_k \cdot \\
 & \cdot e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{g}\pi} \cdot e^{-i\alpha_n(q - \beta_p \mathbf{k}') \cdot \mathbf{R}_n^z} \cdot e^{-i\frac{1}{\sqrt{B}} \mathbf{k}' \cdot \mathbf{R}_{cn}^z} \\
 & \sum_{i \in A_1} \sum_{j \in A_2} e^{-iq \psi_i(s)} \cdot e^{i(q - k') \cdot \psi_j(\eta)} \cdot \\
 & \left\{ \sum_{p=0}^1 \sum_{\alpha\beta\gamma} \left(\sum_{n=1}^4 P_n(\alpha, \beta, \gamma) \delta_{p,1} + S_5(\alpha, \beta, \gamma) \delta_{p,0} \right) \cdot \right. \\
 & \cdot [\mathbb{C} \mathbb{C}_i \times \mathbb{C}_j^\alpha]^\delta \times [\mathbf{q} \times [\mathbf{q} \times \mathbf{k}']^\alpha]^\delta \cdot \\
 & \cdot [\mathbb{C} \tau_i \times \tau_j^\alpha]^\gamma \times \hat{\phi}' \cdot \left. \right\}
 \end{aligned}$$

(3.68)

In Gl. (3.68) repräsentieren die Terme mit $P = 0$ (1) die strukturelle Abhängigkeit von der s -(p -)Wellenrückstreuung. Mittels dieser speziellen Konstruktion des Wechselwirkungsoperators ist es möglich, die gesamte Information aus den fünf betrachteten Elementarprozessen im Wesentlichen in eine abgeschlossene Summe zu transformieren. Dieser Punkt ist selbstverständlich für die spätere numerische Auswertung, insbesondere für die Integrationen, von außergewöhnlichem Nutzen.

3.4. Die Targetemission

Bisher wurde nur der Mechanismus der sogenannten Projektil-
emission in Betracht gezogen. Es besteht aber die Möglich-
keit, daß das virtuell ausgetauschte Pion vom Target A_2 emit-
tiert werden kann (Targetemission) (siehe Gleichung (2.45)).



Daher gilt:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{TE} &= \\ &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \cdot \int d^3q \cdot v(q) \cdot \\ &\cdot \hat{G}_q^{(2)}(q) \cdot \hat{F}_{q,k'}^{(1)}(s) \cdot \hat{H}(-B_{12}) \end{aligned} \quad (3.69)$$

Fig. 20: Die Targetemission

Prinzipiell sind dazu die Fragmente A_1 und A_2 auszuwechseln,
was sich praktisch in der Vertauschung der Einteilchenkoor-
dinaten i und j niederschlägt. Die Konsequenzen, die sich
daraus ergeben sind im Folgenden kurz skizziert.

Zunächst wollen wir uns den ebenen Wellen, wie sie in bis-
lang jeder Zweiteilchenamplitude auftraten (siehe Gleichungen
(2.45.1 - 2.45.3)) nach der soeben erwähnten Vertauschung
zuwenden.

$$A = e^{i q (-\vec{r}_j + \vec{r}_i)} = e^{-i q v_j(t)} \cdot e^{i q v_i(t)} \cdot e^{i \alpha_{12} q \cdot \underline{R}_{12}}$$

$$B = e^{i \underline{k}' (-\vec{r}_i + \vec{r}_n)} = e^{-i \underline{k}' v_i(t)} \cdot e^{-i \sqrt{\frac{R_2}{A_1 \cdot B}} \cdot \underline{k}' \cdot \underline{R}_{12}} \cdot e^{-i \frac{1}{\sqrt{B}} \cdot \underline{k}' \cdot \underline{R}_{cn}}$$

$$A \cdot B = e^{-i q v_j(t)} \cdot e^{i (q - \underline{k}') v_i(t)} \cdot e^{i \underline{k}' \vec{r}_n} \cdot e^{i \alpha_{12} (q - \beta_T \cdot \underline{k}') \cdot \underline{R}_{12}} \cdot e^{-i \frac{1}{\sqrt{B}} \cdot \underline{k}' \cdot \underline{R}_{cn}}$$

(3.70)

Ein Vergleich von Gleichung (3.70) mit dem Wellenanteil z.B. des Gesamtoperators der Projektilemission läßt nachstehende Schlußfolgerungen zur Konstruktion des entsprechenden Operators für die Targetemission zu. Der Übergang

Projektilemission (PE) $\longleftrightarrow$ Targetemission (TE)

wird verwirklicht durch:

$$(i \leftrightarrow j) \wedge (\underline{R}_{12} \longleftrightarrow -\underline{R}_{12}) \wedge (\beta_P \longleftrightarrow \beta_T) \quad (3.71)$$

Der Vorzeichenwechsel im Relativvektor $\underline{R}_{12}$ ist physikalisch auch anschaulich klar, da mit der Umordnung der Einteilchenkoordinaten simultan eine Vertauschung der Fragmente A_1 und A_2 einhergeht.

Der Übergang von dem Faktor β_P auf β_T resultiert einzig und allein aus der Jacobitransformation, siehe auch Anhang (A2):

$$PE: \quad \beta_P = \frac{H_1}{B} \quad (3.72.1)$$

$$TE: \quad \beta_T = \frac{H_2}{B} \quad (3.72.2)$$

Bevor schließlich auf Grund der vorstehenden Bemerkungen der Gesamtoperator für die Targetemission angegeben werden kann, sei noch darauf hingewiesen, daß die Vertauschung der Einteilchenkoordinaten i bzw. j selbstverständlich auch in den Spin-Isospinkopplungen erforderlich ist.

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathcal{H}}_{TE} = & \mathcal{C} \cdot \int d^3q \cdot v(q) \cdot \int d^3k' \cdot d^3p_n \cdot \\
 & \cdot e^{i\vec{k}' \cdot \vec{g}_n} \cdot e^{+i\alpha_n (q - \beta_T \cdot \vec{k}') \cdot \vec{R}_n^T} \cdot e^{-i\frac{1}{\sqrt{B}} \vec{k}' \cdot \vec{p}_{cn}} \\
 & \cdot \sum_{i \in A_1} \sum_{j \in A_2} e^{i(q - \vec{k}') \cdot \vec{v}_i(q)} \cdot e^{-i\vec{q} \cdot \vec{v}_j(q)} \cdot \\
 & \cdot \left\{ \sum_{p=0}^1 \sum_{\alpha\beta\gamma} \left(\sum_{n=1}^4 P_n(\alpha, \beta, \gamma) \cdot \delta_{P,1} + S_S(\alpha, \beta, \gamma) \delta_{P,0} \right) \cdot \right. \\
 & \cdot \left[[\vec{\sigma}_i \times \vec{\sigma}_j^\alpha]^\gamma \times [\vec{q} \times [\vec{q} \times \vec{k}']^\alpha]^\gamma \right]^\gamma \cdot \\
 & \cdot \left[[\vec{\tau}_i \times \vec{\tau}_j^\beta]^\gamma \times \hat{\phi}' \right]^\gamma \cdot
 \end{aligned}$$

(3.73)

3.5. Der totale Modellhamiltonian

Bevor wir das Kapitel über die Beschreibung des Wechselwirkungsoperators der pionischen Fusion durch die Angabe des totalen Modellhamiltonians krönen, sollen nochmals die entscheidenden Bestandteile Revue passieren.

Ausgehend von der Anwendung des Feshbach'schen Projektorformalismus auf das Isobar Doorway Modell erhielten wir eine transparente Form der T-Matrix, wie in Gleichung (2.27) gegeben. Nun erscheint es in diesem Anfangsstadium der Beschreibung der pionischen Fusion, vor allem aus technischen Gründen nicht durchführbar, diese genannte Gleichung voll auszuwerten. Es sind also Näherungen einzuführen, die sich auf die Beschreibung der asymptotischen Zustände via ebener Wellen beziehen, wie auch die Closure Approximation, die die Propagation des Zwischensystems unterbindet.

Unter dem Aspekt wurde deutlich, daß der Mechanismus durch Summation relevanter Feynman-Graphen behandelt werden kann; die uns wichtig erscheinenden sind in Figur 13 dargestellt. Als minimale Symmetrieanforderung wurde die Projektil- und Targetemission in Rechnung gestellt.

Der totale Hamiltonian ergibt sich somit aus der Addition der Gleichungen (3.68) und (3.73):

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_{PE} + \hat{\mathcal{H}}_{TE}$$

wobei die Konstanten und Funktionen in Gleichungen (3.65 ff) gegeben sind.

$$\hat{\mathcal{H}} = \mathcal{C} \cdot \int d^3q \cdot v(q) \cdot \int d^3k' \cdot d^3s_{\pi} \cdot$$

$$\cdot e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{f}_{\pi}} \cdot e^{-i \frac{1}{\sqrt{8}} \cdot \mathbf{k}' \cdot \mathbf{R}_{\text{ch}}^T} \cdot$$

$$\sum_{p=0}^1 \sum_{\alpha\beta\gamma} \left(\sum_{n=1}^4 P_n(\alpha, \beta, \gamma) \cdot \delta_{p,1} + S_5(\alpha, \beta, \gamma) \delta_{p,0} \right) \cdot$$

$$\cdot \left\{ e^{-i\alpha_n(\mathbf{q}-\beta_p \cdot \mathbf{k}') \cdot \mathbf{R}_{12}^T} \sum_{i \in A_1} \sum_{j \in A_2} e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}_i(\mathbf{f})} \cdot e^{i(\mathbf{q}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{v}_j(\mathbf{q})} \right.$$

$$\cdot [\tau_i \times \sigma_j^\alpha]^\gamma \times [q \times [q^p \times k^p]^\alpha]^\delta]^\circ \cdot [\tau_i \times \tau_j^\beta]^\gamma \times \hat{\phi}']^\circ +$$

$$+ e^{i\alpha_n(\mathbf{q}-\beta_p \cdot \mathbf{k}') \cdot \mathbf{R}_{12}^T} \sum_{i \in A_1} \sum_{j \in A_2} e^{i(\mathbf{q}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{v}_i(\mathbf{f})} \cdot e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}_j(\mathbf{q})} \cdot$$

$$\cdot [\tau_j \times \sigma_i^\alpha]^\delta \times [q \times [q^p \times k^p]^\alpha]^\gamma]^\circ \cdot [\tau_j \times \tau_i^\beta]^\gamma \times \hat{\phi}']^\circ \Big\}$$

4. DIE ASYMPTOTISCHEN KANÄLE

4.1. Der Eingangskanal

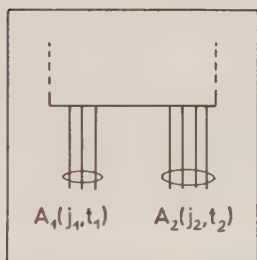


Fig. 21: Der Eingangskanal

In diesem Abschnitt wird die asymptotisch einlaufende Welle konstruiert. Zugunsten einer größeren Übersichtlichkeit soll hier der Fall betrachtet werden, daß Projektil A_1 und Target A_2 nicht identisch sind. Unter diesem Gesichtspunkt wird die Gesamtwellenfunktion der beiden Fragmente als einfacher Produktzustand angesetzt.

$$\psi_{in} = \phi(r_1) \cdot \chi_{s_1} \cdot \tau_{T_1} \cdot \phi(r_2) \cdot \chi_{s_2} \cdot \tau_{T_2} \quad (4.1)$$

bzw. in der Dirac'schen Notation

$$|in\rangle = |K_{12}\rangle \cdot |K_{cm}\rangle \cdot |\alpha_1\rangle \cdot |j_1 m_{j_1}\rangle |t_1 m_{t_1}\rangle \cdot |\alpha_2\rangle \cdot |j_2 m_{j_2}\rangle |t_2 m_{t_2}\rangle \quad (4.2)$$

Hier bezeichnet j_v (t_v) und m_v (m_{t_v}) den Spin (Isospin) bzw. deren Projektion, die $\underline{K}_v$ sind die CM-Relativ-Impulse, $\underline{K}_{CM}$ ist der entsprechende Impuls des Schwerpunktes und α_v repräsentiere alle weiteren Quantenzahlen um die Zustände eindeutig zu identifizieren.

Wenden wir uns nun dem Spin-Anteil der Gesamtwellenfunktion von Gleichung (4.2) zu. Es ist wohlbekannt, daß die Spinproduktfunktion zwar Eigenfunktion zu der Projektion des Gesamtspins (J_z) aber nicht zu dem Gesamtspin ist. Es ist also das Produkt in einer Basis von Wellenfunktionen mit guten Quantenzahlen zu entwickeln :

$$|j_1 m_1\rangle \cdot |j_2 m_2\rangle = \sum_{jm} (j_1 m_1 j_2 m_2 | jm) \cdot |jm\rangle \quad (4.3)$$

Es bezeichnen j und m den Gesamtspin und dessen Projektion, und (...|..) sind die üblichen Vektoradditions- oder Clebsch-Gordan-Koeffizienten (Edm 57).

Um den Ursprung des Tensorprodukts klar zum Ausdruck zu bringen, verwenden wir die gekoppelte Darstellung:

$$|j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle = \sum_{jm} (j_1 m_1 j_2 m_2 | jm) \left| [j_1 \times j_2]_m^j \right\rangle \quad (4.4)$$

Somit erhalten wir für die Zweifragmentwellenfunktion im Eingangskanal in Jacobikoordinaten:

$$\begin{aligned} |in\rangle &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 e^{i \cdot \underline{K}_{12} \cdot \underline{R}_{12}} \cdot e^{i \underline{K}_{CM} \cdot \underline{R}_{CM}} \cdot \\ &\cdot \sum_{jm} (j_1 m_1 j_2 m_2 | jm) \left| [j_1 \times j_2]_m^j \right\rangle \cdot \\ &\cdot \sum_{t m_t} (t_1 m_{t_1} t_2 m_{t_2} | t m_t) \left| [t_1 \times t_2]_{m_t}^t \right\rangle \end{aligned} \quad (4.5)$$

4.2. Der Ausgangskanal

In die Wellenfunktion des Endzustandes müssen die Modellvorstellungen über die dinuklearen Konfigurationen des fusionierten Kerns B_v mit Gesamtspin und Parität J_f^π und Isospin T_f letztlich einfließen. Dazu bedienen wir uns konkret der Vorstellung, daß in den Fragmenten A_1 und A_2 zwar mittels des Wechselwirkungsoperators aus Kapitel (2.3) Spin- bzw. Isospinübergänge stattfinden können, die Fragmentation an sich aber stets erhalten bleibt (siehe auch Figur 11), bzw. Figur 22.

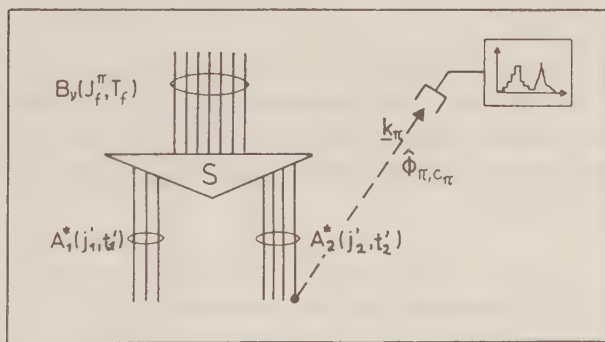


Fig. 22: Schematische Darstellung des Ausgangskanals; Erläuterungen siehe Text

Die beiden Kerne A_1^* und A_2^* bilden auf Grund der speziellen kinematischen Situation einen gebundenen Zustand, der bei den konkreten Anwendungen mit harmonischen Oszillatorfunktionen beschrieben wird, aus. Schließlich muß diese Endzustandsfragmentation

einen spektroskopischen Filter S durchlaufen, der den Überlapp von der betrachteten Konfiguration der $A_1^*-A_2^*$ -Kombination mit der Konfiguration des fusionierten Kerns B_v widerspiegelt. Diese Information wird im allgemeinen durch die spektroskopischen Amplituden $C_{J_{N_2} L_{N_2}}^{J_f}$ vermittelt (siehe auch Anhang (A9)), wobei die Bindung der Fragmente durch eine Relativwellenfunktion mit Bahndrehimpuls L_{12} vermittelt wird:

$$|B_{J_f}\rangle = \sum_{J_{N_2} L_{N_2}} C_{J_{N_2} L_{N_2}}^{J_f} \cdot$$

$$\left| \left[\left[A_1(j'_1, t'_1) \times A_2(j'_2, t'_2) \right]^{J_{N_2}, T_f} \times \phi_{N_{N_2} L_{N_2}}(R_{N_2}) \right]_{M_f, M_T}^{J_f, T_f} \right\rangle$$

Der Schwerpunktsanteil der Gesamtwellenfunktion des fusionierten Kerns B_v wird wie der des Pionfeldes, analog zum Eingangskanal wiederum mittels ebener Wellen dargestellt. Als bound-state-Funktion wählen wir speziell harmonische Oszillatorfunktionen $\phi_{N_{N_2} L_{N_2}}(R_{12})$.

An dieser Stelle darf jedoch nicht übersehen werden, daß im Ausgangskanal die Anwendung der PWBA-Methode problematischer erscheint. Vornehmlich an der Pionenschwelle werden auf Grund des kleinen Relativimpulses k_π final state interactions vermehrt zu Distorsionen führen. Zugunsten einer größeren Transparenz der Einzelprozesse wird jedoch in der vorliegenden Arbeit das Hauptaugenmerk auf den Einfluß der nichtresonanten Mechanismen gelegt, wogegen die Konsequenzen aus der plane wave approximation bewußt in Kauf genommen werden.

Somit kann die Wellenfunktion im Ausgangskanal als Produktzustand, aufgebaut aus dem Feld des reellen Pions und des gebundenen dinuklearen Kernzustandes, wie folgt beschrieben werden:

$$|fin\rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot e^{i\vec{k}_\pi \cdot \vec{R}_{\pi g}} \cdot e^{i\vec{k}'_{ch} \cdot \vec{R}_{ch}}.$$

$$\cdot \hat{\phi}_{\pi, ch} \cdot \sum_{j'_1 j'_2, j_2, t'_1 t'_2, n_n L_n} C^{j_f}.$$

$$| [C(j'_1, t'_1) \times (j_2, t'_2)]^{j_n, T_f} \times \phi_{N_n L_n}(\vec{R}_n)]^{j_f, T_f}_{n_f, n_r} \rangle$$

(4.6)

Details und Probleme, die den orbitalen Anteil von Gleichung (4.6) betreffen, sind in Anhang (A2) zusammengestellt und diskutiert.

5. DIE T-MATRIX

Ableitung und Diskussion

Nachdem bislang eigentlich nur Teilaspekte beleuchtet wurden, kommen wir nun mit der Beschreibung der T-Matrix für die pionische Fusion auf den eigentlichen Kernpunkt dieser Arbeit:

$$T_{fi} = \langle f_{in} | \hat{T} | i_{in} \rangle \quad (5.1)$$

Wobei der Endzustand $|f_{in}\rangle$ und der Eingangskanal $|i_{in}\rangle$ mittels Gleichung (4.5) bzw. Gleichung (4.6) gegeben sind. Für den Wechselwirkungsoperator ist die Form wie in Gleichung (3.74) verwendet. Aus Gründen der größeren Transparenz wollen wir uns jedoch zuerst auf die Beschreibung der Projektilemission beschränken. Die Berechnung der T-Matrix für die Targetemission erfolgt, unter Beachtung von Kapitel (3.4), vollkommen analog.

In diesem Abschnitt wird wieder nur der schematische Berechnungsweg von Gleichung (5.1) skizziert, während die Details in Anhang (A5) aufgeschlüsselt werden.

Zunächst sollen die Kanalfunktionen noch in einer etwas handhabbareren Form dargestellt werden:

$$\begin{aligned} |i_{in}\rangle &= \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot e^{iK_{12} \cdot R_{12}} \cdot e^{iK_{ch} \cdot R_{ch}} \cdot \\ &\cdot \sum_{j_m} \hat{j}(-1)^{j_2-j_1-m} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j \\ m_1 & m_2 & -m \end{pmatrix} | [j_1 \times j_2]_m^j \rangle \cdot \\ &\cdot \sum_{t, m_t} \hat{t}(-1)^{t_2-t_1-m_t} \begin{pmatrix} t_1 & t_2 & t \\ m_{t_1} & m_{t_2} & -m_t \end{pmatrix} | [t_1 \times t_2]_{m_t}^t \rangle \end{aligned} \quad (5.2)$$

mit $\hat{\lambda} = \sqrt{2x+1}$

$$\begin{aligned}
 \langle \text{fin} | &= \sum_{j_{n2}, N_{n2}, L_{n2}} (C_{j_{n2}, L_{n2}}^{j_f})^* \cdot \sum_{M_{n2}, M_{L_{n2}}} \hat{j}_f \cdot \\
 &(-1)^{L_{n2} - j_{n2} - M_f} \begin{pmatrix} j_{n2} & L_{n2} & j_f \\ M_{n2} & M_{L_{n2}} & -M_f \end{pmatrix} \cdot \left(\phi_{N_{n2}, L_{n2}}(\underline{R}_{n2}) \right)^* \cdot \\
 &\cdot \langle [j_1' \times j_2']_{M_{n2}}^{j_{n2}} | \cdot \langle [t_1' \times t_2']_{M_T}^{T_f} | \cdot \langle \hat{\phi}_{\pi, c\pi} | \\
 &\cdot \left(\frac{1}{2\pi} \right)^3 \cdot e^{-i \underline{k}_{\pi} \cdot \underline{R}_{\pi B}} \cdot e^{-i \underline{k}_{c\pi} \cdot \underline{R}_{c\pi}}
 \end{aligned}$$

(5.3)

Werden die Gleichungen (5.2 und 5.3) mit Gleichung (3.68) zusammengefaßt und gleichzeitig noch über $\underline{R}_{CM}$ und $\underline{R}_{\pi B}$ integriert (siehe Anhang A2), so resultiert für die T-Matrix der Projektilemission die Gleichung (5.4).

$$\begin{aligned}
 T_{fi} &= \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \frac{1}{m_\pi} \cdot \sum_{j_1, L_{12}} (C_{j_1, L_{12}}^{j_1})^* \cdot \sum_{M_1, M_{12}} \hat{j}_1 \cdot (-1)^{L_{12}-j_1-M_1} \cdot \begin{pmatrix} j_1 & L_{12} & j_1 \\ M_1 & M_{12} & -M_1 \end{pmatrix} \\
 &\cdot \sum_{j, m} \hat{j} \cdot (-1)^{j_2-j_1-m} \cdot \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j \\ m_1 & m_2 & -m \end{pmatrix} \cdot \sum_{p=0}^1 \sum_{\alpha \beta \gamma} \left(\sum_{n=1}^4 P_n(\alpha \beta \gamma) \delta_{p,1} + S_5(\alpha \beta \gamma) \delta_{p,0} \right) \\
 &\cdot \int d^3 q \cdot v(q) \cdot \left[\frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \cdot \int d^3 R_{12} \cdot e^{i \alpha_{12} (K_{12} - q + \beta_p \frac{1}{2} \pi)} \cdot R_{12}^T \cdot (\phi_{\mu_{12} L_{12}} (R_{12}^T))^* \right] \\
 &\cdot \langle [j_1' \times j_2']_{M_{12}}^{j_{12}} | \sum_{i \in A_1} \sum_{j \in B_2} e^{-i q v_i(\beta)} \cdot e^{i(q - \frac{1}{2} \pi) v_j(\gamma)} \\
 &\cdot [[\sigma_i \times \sigma_j^\alpha]^\gamma \times [q \times [q^\beta \times h_\pi^\beta]^\alpha]^\gamma]^0 | [j_1 \times j_2]_m^j \rangle \\
 &\cdot \left[\sum_{t, m_t} \hat{t} \cdot (-1)^{t_2-t_1-m_t} \cdot \begin{pmatrix} t_1 & t_2 & t \\ m_{t_1} & m_{t_2} & -m_t \end{pmatrix} \cdot \right. \\
 &\cdot \left. \langle [t_1' \times t_2']_{M_T}^T \cdot \hat{\phi}_{\pi, c_n} | [[\tau_i \times \tau_j^\beta]^\alpha \times \hat{\phi}']^0 | [t_1 \times t_2]_{m_t}^t \rangle \right]
 \end{aligned}$$

(5.4)

Bevor die vorstehende Gleichung klar interpretierbar wird, bedarf es einiger umfangreicher Umformungen. In der Übergangsamplitude wird bereits durch den angedeuteten Kasten $\left[\begin{array}{c} \end{array} \right]$ ein erster Punkt hervorgehoben, der nicht anderes als die Fouriertransformation in die Impulsraumdarstellung der harmonischen Oszillatorwellenfunktion anzeigt:

$$\begin{aligned}
 u(\underline{R}_{12}^j) &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3 R_{12}^j \cdot e^{i\alpha_{12}(\underline{K}_{12} - \underline{q} + \beta_P \cdot \underline{k}_\pi) \underline{R}_{12}^j} \cdot \left(\phi_{N_{12}L_{12}}(\underline{R}_{12}^j) \right)^* \\
 &= \left(\phi_{N_{12}L_{12}}(\underline{\widetilde{K}}_P) \right)^*
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

mit

$$\underline{\widetilde{K}}_P = \alpha_{12} \cdot (\underline{K}_{12} - \underline{q} + \beta_P \cdot \underline{k}_\pi) \tag{5.6}$$

An dieser Stelle wird deutlich, daß das virtuell ausgetauschte Pion mit Impuls $\underline{q}$ die Relativbewegung der zwei Fragmente abzubremesen vermag. Diesem Prozeß wirkt jedoch nach Maßgabe des Faktors β , der im Falle der Projektilemission in der Regel klein ist, der Rückstoßimpuls $\underline{k}_\pi$ des reell auslaufenden Pions entgegen. Die Möglichkeit, dieses kompliziert anmutende Integral durch eine simple Fouriertransformation zu lösen, ist durchaus legitim und mag auf den ersten Blick auch sehr elegant erscheinen. Auf den zweiten Blick wird jedoch klar, daß damit auch über einen großen und wichtigen Informationsinhalt hinweg integriert wird. Denn erst eine Partialwellenentwicklung dieser drei ebenen Wellen erlaubt die vollständige Diskussion der Drehimpulsabhängigkeit in Ein- und Ausgangskanal sowie im Zwischensystem.

Daß wir uns trotzdem für den in Gleichung (5.5) aufgezeigten Schritt in der Herleitung der allgemeinen Formel entschlossen haben, liegt an den immensen technischen Problemen, die sich im anderen Falle aufzeigen. Für eine spezielle überschaubare Reaktion (siehe Kapitel 6.3) wurde jedoch von Gleichung (5.5) abgewichen, und die ebenen Wellen entwickelt, um zumindest ein Gefühl für die aus dieser Fouriertransformation resultierenden, weiter unten eingehend diskutierten kollinearen Näherung, zu erhalten.

Als nächsten Punkt fassen wir den Isospinanteil ins Auge. Dieser ist vollständig separabel, und daher kurz und prägnant darzustellen.

$$\begin{aligned}
 & \langle [t_1' \times t_2']_{M_T}^T \cdot \hat{\phi}_{c, c_\pi} | [c \tau_i \times \tau_j^\beta]^\alpha \times \hat{\phi}' | [t_1 \times t_2]_{M_t}^t \rangle = \\
 & = \sum_{m_\pi} (1 \ m_\pi \ 1 - m_\pi | 00) \cdot \hat{\phi}_{\pi, c_\pi} \cdot \hat{\phi}'_{-m_\pi} \cdot \\
 & \quad \cdot \langle [t_1' \times t_2']_{M_T}^T | [c \tau_i \times \tau_j^\beta]^\alpha | [t_1 \times t_2]_{M_t}^t \rangle = \\
 & = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (-1)^{1+c_\pi} \cdot (-1)^{T-M_T} \begin{pmatrix} T & 1 & t \\ -M_T & -c_\pi & m_t \end{pmatrix} \cdot \hat{T} \cdot \sqrt{3} \cdot \hat{t} \cdot \\
 & \quad \cdot \begin{Bmatrix} t_1' & t_2' & T \\ t_1 & t_2 & t \\ 1 & \beta & 1 \end{Bmatrix} \cdot \langle t_1' \| \tau_i \| t_1 \rangle \cdot \langle t_2' \| \tau_j^\beta \| t_2 \rangle
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

Definition:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{T} &:= \hat{t} \cdot \hat{T} \cdot (-1)^{1+c_\pi} \cdot (-1)^{T-M_T} \cdot \begin{pmatrix} T & 1 & t \\ -M_T & -c_\pi & m_t \end{pmatrix} \cdot \\
 & \quad \cdot (t_1 \ m_{t_1} \ t_2 \ m_{t_2} | t \ m_t)
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Somit ergibt sich für den Isospinanteil, der in Gleichung (5.4) durch einen strichpunktierten Kasten angedeutet ist:

$$\boxed{\dots\dots\dots} \implies$$

$$= \sum_{t_1 m_{t_1}} \mathcal{T} \cdot \begin{Bmatrix} t_1' & t_2' & T \\ t_1 & t_2 & t \\ 1 & \beta & 1 \end{Bmatrix} \langle t_1' \| \tau_i \| t_1 \rangle \cdot \langle t_2' \| \tau_j^\beta \| t_2 \rangle \tag{5.9}$$

Diese Identität zeigt klar die Fragmentseparation des Operators, die bereits in Kapitel (2.4) diskutiert wurde. Um diese Erwartung auch im Spinanteil deutlich bestätigt zu sehen, bedarf es an dieser Stelle eines massiven mathematischen Apparates, der in Anhang (A5) abgehandelt wird. Der Weg, der dabei beschritten wird, kann an dieser Stelle nur skizziert werden. Die wesentliche Information beinhaltet das impulsabhängige Spin-Ortsraum-Matrixelement in Gleichung (4.5):

$$\begin{aligned} \langle [j_1' \times j_2']_{M_{12}}^{j_{12}} \mid \sum_{i \in A_1} \sum_{j \in A_2} e^{-i q \cdot v_i(g)} \cdot e^{i(q - k_n) \cdot v_j(q)} \cdot \\ \cdot [\sigma_i \times \sigma_j^\alpha]^\gamma \times [q \times [q \times k_n^\rho]^\alpha]^\gamma \rangle \mid [j_1 \times j_2]_m^j \rangle \end{aligned} \quad (5.10)$$

Um explizit Information über die Drehimpulsabhängigkeit der internen Fragmentanregungen zu erhalten, sind zunächst die entsprechenden beiden Anteile nach Drehimpulsen l_1 und l_2 zu entwickeln. Die weiteren Schritte sind rein technischen Ursprungs; das resultierende Tensorprodukt ist derartig umzukoppeln, daß die separable Fragmentstruktur, dargestellt durch zwei mehrfach reduzierte Vielteilchenmatrixelemente, schlußendlich ersichtlich wird.

Im Zuge dieser Rechnung, die ausführlich in Anhang (A4) präsentiert wird, ergeben sich zusätzlich unerhebliche Zwischendrehimpulse, deren Bedeutung in der Regel den Kopplungskoeffizienten zu entnehmen ist.

Schließlich wird noch die harmonische Oszillatorwellenfunktion in Gleichung (5.4) in Radial- und Winkelanteil aufgespaltet.

Aus didaktischen Gründen erfolgt die Beschreibung zuerst nur für die Projektilemission. Die gravierenden Differenzen der Targetemission werden separat herausgearbeitet und dann selbstverständlich im Endresultat der T-Matrix mit berücksichtigt.

Als Zwischenergebnis erhalten wir somit:

$$\begin{aligned}
 T_{fi} &= \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \frac{f}{m_\pi} \sum_{j_1 L_1} (C_{j_1 L_1})^* \sum_{M_1 M_{L_1}} \hat{j}_1 \cdot (-1)^{L_1 - j_1 - M_1} \cdot \\
 &\cdot \begin{pmatrix} j_2 & L_2 & j_1 \\ M_2 & M_{L_2} & -M_1 \end{pmatrix} \cdot \sum_{j_2} \hat{j}_2 \cdot (-1)^{j_2 - j_1 - m} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j \\ m_1 & m_2 & -m \end{pmatrix} \sum_{\alpha \beta \gamma} \hat{\alpha} \hat{\beta} \hat{\gamma} (-1)^\gamma \cdot \\
 &\cdot \sum_{p=0}^1 \left(\sum_{n=1}^4 \tilde{P}_n(\alpha, \beta, \gamma) \delta_{p,1} + \tilde{S}_5(\alpha, \beta, \gamma) \delta_{p,0} \right) \cdot \sum_{l_1 l_2} (-i)^{l_1 + l_2} \cdot \\
 &\cdot \sum_{I_1 I_2 I_3 I_4} (\hat{I})^2 \cdot \hat{I}_1 \cdot \hat{I}_2 \cdot (-1)^I \cdot \sum_{\delta} (\hat{\delta})^2 \cdot (-1)^\delta \cdot \begin{Bmatrix} p & 1 & 0 \\ r & p & \alpha \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} p & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \cdot \\
 &\cdot \sum_{L_1 L} \hat{L}_1 \cdot (-1)^L \cdot \hat{L} \cdot \begin{Bmatrix} l & r & I \\ p & L & \delta \end{Bmatrix} \cdot \sum_{t_1 m_t} \mathcal{T} \cdot \sum_{m_I} \frac{1}{I} \cdot (-1)^{I - m_I} \cdot \\
 &\cdot \int d^3 q \cdot v(q) \cdot q \cdot (q \cdot k_\pi)^p \cdot i^{L_2} \cdot \phi_{N L_2}(\vec{q}_\pi) \cdot \boxed{\gamma_{L_1 M_{L_1}}^*(\vec{q}_\pi) \cdot [\epsilon \gamma_{L_2}(\hat{q}) \times \gamma_{L_1}(\hat{q})]^L \times \gamma_p(\hat{k}_\pi)]_{-m_I}^I} \cdot \\
 &\cdot \hat{L}_1 \cdot \begin{Bmatrix} l_1 & l_2 & l \\ 1 & \alpha & \gamma \end{Bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} l_1 & \delta & L_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} l_1 & \delta & L_1 \\ L & l_2 & l \end{Bmatrix} \cdot (-1)^{j_2 - M_2} \cdot \begin{pmatrix} j_2 & I & j \\ -M_2 & m_I & m \end{pmatrix} \cdot \\
 &\cdot \hat{j}_2 \cdot \hat{I} \cdot \hat{j} \cdot \begin{Bmatrix} j_1' & j_2' & j_2 \\ j_1 & j_2 & j \\ I_1 & I_2 & I \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} t_1' & t_2' & T_f \\ t_1 & t_2 & t \\ 1 & \beta & 1 \end{Bmatrix} \cdot \\
 &\cdot \langle (j_1', t_1') ||| \sum_{i \in \mathcal{H}_1} j_{e_1}(q, v_i) \cdot [\gamma_{e_1}(\hat{v}_i) \times \vec{e}_i]^{I_1} \cdot \vec{e}_i ||| (j_1, t_1) \rangle \cdot \\
 &\cdot \langle (j_2', t_2') ||| \sum_{j \in \mathcal{H}_2} j_{e_2}(Q, v_j) \cdot [\gamma_{e_2}(\hat{v}_j) \times \vec{e}_j]^{I_2} \cdot \vec{e}_j ||| (j_2, t_2) \rangle \quad (5.11)
 \end{aligned}$$

wobei:

$$\tilde{P}_n(\alpha, \beta, \gamma) = (4\pi)^2 \cdot \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \cdot P_n(\alpha, \beta, \gamma) \quad (5.12)$$

$$\tilde{S}_5(\alpha, \beta, \gamma) = (4\pi)^2 \cdot \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \cdot S_5(\alpha, \beta, \gamma) \quad (5.13)$$

Für die spin-isospinreduzierten, nunmehr separablen, Vielteilchenmatrixelemente führen wir nachstehende klare Notation ein:

$$\begin{aligned} u^{(1)}(q; l_1, 1, I_1; 1) &= \\ = \langle (j_1', t_1') || \sum_{i \in A_1} j_{l_1}(qv_i) \cdot [Y_{l_1}(\hat{v}_i) \times \mathbf{e}_i]^{I_1} \cdot \tau_i || (j_1, t_1) \rangle \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned} u^{(2)}(Q; l_2, \alpha, I_2; \beta) &= \\ = \langle (j_1', t_1') || \sum_{j \in A_2} j_{l_2}(Qv_j) \cdot [Y_{l_2}(\hat{v}_j) \times \delta_j^\alpha]^{I_2} \cdot \tau_j^\beta || (j_2, t_2) \rangle \end{aligned} \quad (5.15)$$

Die allgemeine Behandlung dieser Vielteilchenmatrixelemente ist detailliert in Anhang A7 beschrieben.

Nachstehend soll ausführlicher das Produkt der Kugelflächenfunktionen, das in Gleichung (5.11) eingerahmt ist, diskutiert werden. Dazu führen wir den Tensor der Stufe I auf ein Produkt dreier Tensoren zurück:

$$\begin{aligned}
 z_1 &= \sum_{m_I} (-1)^{-m_I} \cdot Y_{L_2, m_{L_2}}^* (\hat{k}_p) \cdot [Y_{L_2}(\hat{Q}) \times Y_{L_1}(\hat{q})]^L \times Y_p(\hat{k}_\pi)]_{-m_I}^I \\
 &= \sum_{m_I} (-1)^{-m_I + m_{L_2}} \sum_{m_{L_1}} \sum_{m_{L_2}} (-1)^{L_2 - p - m_I} \cdot \hat{I} \cdot \\
 &\cdot \begin{pmatrix} L_2 & p & I \\ m_{L_2} & \nu & m_I \end{pmatrix} \cdot (-1)^{L_2 - L_1 + m_L} \begin{pmatrix} L_2 & L_1 & L \\ m_{L_2} & m_{L_1} & -m_L \end{pmatrix} \cdot \\
 &\cdot Y_{p, \nu}(\hat{k}_\pi) \cdot Y_{L_2, m_{L_2}}(\hat{k}_p) \cdot Y_{L_2, m_{L_2}}(\hat{Q}) \cdot Y_{L_1, m_{L_1}}(\hat{q})
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

Rufen wir uns kurz die Bedeutung von $\underline{K}_p$ bzw. $\underline{Q}$ ins Gedächtnis:

$$\underline{\tilde{K}}_p = \underline{\tilde{K}}_p(q) = \alpha_{12} (\underline{K}_2 - q + \frac{R_1}{B} \underline{k}_\pi) \tag{5.17}$$

$$\underline{Q} = \underline{Q}(q) = (q - \underline{k}_\pi) \tag{5.18}$$

so wird deutlich, daß bedingt durch diese Vektorsummen, eine exakte Behandlung von Gleichung (5.16) nicht realisierbar ist, da die Argumente nicht unabhängig sind, und somit auch keine eindeutige und allgemeine geometrische Interpretation zulassen. Dies ist aber unerläßlich, da aus Gleichung (5.16) schlußendlich die Abhängigkeit vom Streuwinkel ϑ_{CM} , der zwischen $\underline{K}_{12}$ und $\underline{k}_\pi$ definiert ist, zu extrahieren ist.

Im weiteren müssen wir der Gleichung (5.11) entnehmen, daß über alle Impulsvektoren $\underline{q} \in \mathbb{R}^3$ zu integrieren ist. Wird das Integral in Orts- und Winkelfunktion aufgeteilt, so bedeutet dies für Gleichung (5.16) eine Integration über ϑ_q, φ_q die aufgrund der impliziten q -Abhängigkeit in $\underline{K}_p$ und $\underline{Q}$ nicht mehr analytisch durchzuführen ist; zu umgehen wäre dieses isolierte Problem

durch die bereits erwähnte vollständige Entwicklung aller ebenen Wellen. Dies bedeutet jedoch lediglich eine Umverteilung der Schwierigkeiten, da dann z.B. ein gekoppeltes Orts- und Impulsraumintegral über schlußendlich fünf Besselfunktionen numerisch auszuwerten wäre:

Aus diesen skizzierten Gründen behalten wir die Darstellung gemäß Gleichung (5.16) bei und führen durchaus legitime Näherungen ein. Noch ohne Einschränkung der Allgemeinheit legen wir unsere Quantisierungsachse in Richtung der einlaufenden Fragmente:

$$\underline{k}_{12} = |\underline{k}_{12}| \cdot \underline{e}_z \quad (5.19)$$

Unter dem Terminus "kollineare Näherung" soll im Folgenden die nachstehende Simplifizierung verstanden werden:

$$\underline{q} = |\underline{q}| \cdot \underline{e}_z \implies \underline{k}_{12} \parallel \underline{q} \quad (5.20)$$

Dies beinhaltet die Restriktion, daß das virtuell ausgetauschte Pion nur in Flugrichtung des emittierenden Fragments ausgesendet werden kann. Der Sachverhalt ist in Figur 23 abgebildet.

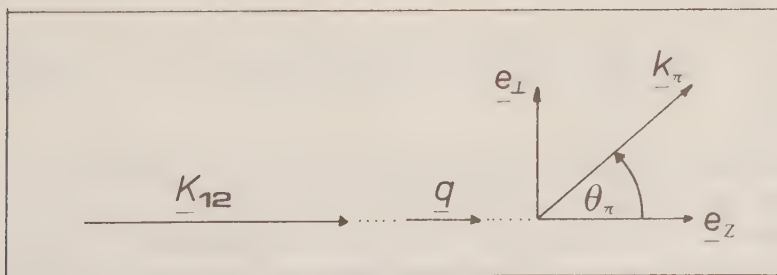


Fig. 23: Der Zusammenhang der Impulsvektoren im Falle der kollinearen Näherung

Unter dem Gesichtspunkt erhalten wir für Gleichung (5.17):

$$\begin{aligned}\tilde{\underline{k}}_p &= \alpha_{12} \left\{ (\underline{k}_{12} - q) \underline{e}_z + \beta_p (\cos \vartheta \cdot \underline{e}_z + \sin \vartheta \underline{e}_\perp) \cdot \underline{k}_\pi \right\} \\ &= \alpha_{12} \left\{ (\underline{k}_{12} - q + \beta_p \cdot \underline{k}_\pi \cos \vartheta) \cdot \underline{e}_z + \right. \\ &\quad \left. + \beta_p \cdot \underline{k}_\pi \cdot \sin \vartheta \cdot \underline{e}_\perp \right\}\end{aligned}\quad (5.21)$$

und für Gleichung (5.18) analog:

$$\underline{Q} = (q - \underline{k}_\pi \cdot \cos \vartheta) \cdot \underline{e}_z - \underline{k}_\pi \cdot \sin \vartheta \cdot \underline{e}_\perp \quad (5.22)$$

Wie damit deutlich wird, ist es noch nicht ausreichend, den Vektor $\underline{q}$ in z-Richtung zu legen; das Gleiche muß auch für den Impuls $\underline{Q}$ gefordert werden, was natürlich impliziert, daß der Wechselwirkungsoperator keine Winkelstruktur mehr aufzeigt und auch keinen Einfluß darauf nehmen kann. Die gesamte Winkelabhängigkeit resultiert somit aus dem Impulsübertrag aus Eingangs- ($\underline{k}_{12} \parallel \underline{e}_z$) und Ausgangskanal ($\underline{k}_\pi$). Unter der restriktiven Maßnahme der Kollinearität müssen wir somit Folgendes akzeptieren:

$$\tilde{\underline{k}}_p \parallel \underline{Q} \parallel q \parallel \underline{k}_{12} \parallel \underline{e}_z \quad (5.23)$$

Praktisch hat dies zur Folge, daß die Terme proportional zu $\underline{e}_\perp$ in Gleichungen (5.21) und (5.22) verschwinden. Es ist zu erkennen, daß die T-Matrix auch unter dem kollinearen Aspekt für den Streuwinkel $\vartheta = 0^\circ$ im Rahmen der sonstigen Näherungen exakt bleibt. Unter diesen Gesichtspunkten kehren wir zu Gleichung (5.16) zurück.

Weist das Argument einer Kugelflächenfunktion keine polare Abhängigkeit auf, so vereinfacht sie sich zu:

$$Y_{\ell m}(\vartheta=0, \varphi) = \frac{\hat{\ell}}{\sqrt{4\pi}} \cdot \delta(m, 0) \quad (5.24)$$

An dieser Stelle muß aus rein formalen Gründen folgender Punkt Berücksichtigung finden: die Vektoren $\underline{Q}$ und $\underline{K}_p$ können bei festem $\underline{K}_{12}$ und $\underline{k}_\pi$ einen Vorzeichenwechsel vollziehen, was sich in Gleichung (5.24) durch einen Phasenfaktor manifestiert. Der unstetige Wechsel des Signums wird durch eine Sprungfunktion $\Theta(x)$ realisiert:

$$\Theta(x) = \begin{cases} 0 & x \geq 0 \\ 1 & x < 0 \end{cases} \quad (5.25)$$

Damit lautet Gleichung (5.24):

$$Y_{\ell 0}(\vartheta=0, \varphi) = (-1)^{\ell \cdot \Theta(x)} \cdot \frac{\hat{\ell}}{\sqrt{4\pi}} \quad (5.26)$$

mit diesem Ergebnis kann Gleichung (5.16) wie folgt verifiziert werden:

$$\begin{aligned} Z_1 &= \sum_{m_I} \sum_{m_L, \nu} (-1)^{L-p-m_I} \cdot \hat{I} \cdot \begin{pmatrix} L_{12} & p & I \\ M_{L_{12}} & \nu & m_I \end{pmatrix} \cdot \\ &\cdot (-1)^{\ell_2 - L_1 + m_L} \begin{pmatrix} \ell_2 & L_1 & L_{12} \\ 0 & 0 & -M_{L_{12}} \end{pmatrix} \cdot Y_{p, \nu}(\hat{k}_\pi) \cdot \frac{\hat{L}_1}{\sqrt{4\pi}} \cdot \\ &\cdot \frac{\hat{L}_{12}}{\sqrt{4\pi}} (-1)^{L_{12}} \Theta(|\underline{K}_p|) \cdot \frac{\hat{\ell}_2}{\sqrt{4\pi}} \cdot (-1)^{\ell_2} \Theta(|\underline{Q}|) \end{aligned} \quad (5.27)$$

$$\Rightarrow \delta_{M_{L_{12}}} = 0 \quad \wedge \quad \delta_{\nu_1 - m_I} \quad (5.28)$$

Mittlerweile sind wir mit der Diskussion wiederum an dem Punkt angelangt, an dem es unumgänglich erscheint, die Targetemission (T.E.) mit zu berücksichtigen. Aus dem Anhang (A4) kann entnommen werden, daß die Drehimpulse l_1 und l_2 auch bei der T.E. die Übergänge zwischen einzelnen Schalenmodellniveaus in den Fragmenten A_1 bzw. A_2 charakterisieren. Dieses konsequente Beibehalten der Notation hat unmittelbar zur Folge, daß sich der Übergang von P.E. zur T.E. im gegenseitigen Wechsel von l_1 mit l_2 manifestiert. Unter Berücksichtigung der Gleichungen (5.23) und (5.28) resultiert für die Übergangsamplitude schließlich gemäß Anhang (A5):

$$\begin{aligned}
 T_{f_i} &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \cdot \frac{1}{m_2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\right)^3 \cdot \sum_{m_1, l_1, m_2} (C^*)_{l_1 m_1 m_2}^{j_1 j_2 j_3} \cdot \hat{g}_f^* \cdot \hat{g}_f \cdot \hat{L}_{12} \cdot (-1)^{2M_f} \cdot (-1)^{2j_1} \cdot \sum_{j_2} (-1)^{j_2 - j_1 + j_3 + 1} \\
 &\cdot \left(\frac{1}{j}\right)^2 \cdot \left(\frac{j_1 j_2 j_3}{m_1 m_2 - m_3}\right) \cdot \hat{g}_{j_1 j_2 j_3} \cdot \left(\frac{j_1 j_2 j_3}{m_1 m_2 - m_3}\right) \cdot \sum_{t, m_E} \hat{J} \cdot \sum_{\alpha \beta \gamma \delta} \left(\sum_n \hat{P}_n^2 (\alpha \beta \gamma \delta) \rho_{p_1} + \hat{S}_5 (\alpha \beta \gamma \delta) \rho_{p_2}\right) \cdot \\
 &\cdot \hat{\alpha} \cdot \hat{\gamma} \cdot (-1)^\alpha \cdot \sum_{L_1 L_2} \hat{L}_1 \hat{L}_2 \cdot (-1)^{L_1 + L_2 + L_{12}} \cdot (i) \cdot \sum_{I_1 I_2 I} \hat{L}_1 \hat{I}_1 \hat{I}_2 \hat{I} \cdot \left\{ \begin{matrix} j_1 j_2 j_3 \\ j_1 j_2 j_3 \\ I_1 I_2 I \end{matrix} \right\} \cdot \\
 &\cdot \left\{ \begin{matrix} L_{12} j_1 j_2 j_3 \\ j_1 j_2 j_3 \\ I_1 I_2 I \end{matrix} \right\} \cdot (L_{12} 0 I_1 j_1 | j_2 j_3) \cdot (L_0 j_1 j_2 | I_1 j_3) \cdot (L_1 0 L_2 0 | L_0) \cdot \left(\begin{matrix} T P \alpha \\ 0 \nu \nu \end{matrix} \right) \cdot L_{12} \cdot \hat{P}_{12} \cdot \hat{P}_{12} \\
 &\cdot \int d q \cdot v(q) \cdot q^{3+\epsilon} \cdot \left\{ (-1)^{L_1} \cdot (-1)^{\Theta((1Q) \cdot L_2 + \Theta((1\hat{L}_1) \cdot L_2))} \cdot \left\{ \begin{matrix} L_1 L_2 L \\ I_1 I_2 I \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} L_1 L_2 L \\ I_1 I_2 I \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} L_1 L_2 L \\ I_1 I_2 I \end{matrix} \right\} \right\} \cdot \Phi_{L_{12}}(\hat{L}_{12}) \cdot \\
 &\cdot m^{(1)}(q; L_1, L_1, I_1, I_1) \cdot m^{(2)}(Q; L_2, L_2, I_2, I_2) + \\
 &\cdot (-1)^{1+\alpha+\beta} \cdot (-1)^\beta \cdot (-1)^{L_2+1} \cdot (-1)^{L_2} \cdot (-1)^{\Theta((1Q) \cdot L_2 + \Theta((1\hat{L}_1) \cdot L_2))} \cdot \left\{ \begin{matrix} L_1 L_2 L \\ I_1 I_2 I \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} L_1 L_2 L \\ I_1 I_2 I \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} L_1 L_2 L \\ I_1 I_2 I \end{matrix} \right\} \cdot \Phi_{L_{12}}(\hat{L}_{12}) \cdot \\
 &\cdot m^{(1)}(Q; L_1, L_1, I_1, I_1) \cdot m^{(2)}(q; L_2, L_2, I_2, I_2) \cdot \left\{ \begin{matrix} L_1 L_2 L \\ I_1 I_2 I \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} L_1 L_2 L \\ I_1 I_2 I \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} L_1 L_2 L \\ I_1 I_2 I \end{matrix} \right\} \cdot \Phi_{L_{12}}(\hat{L}_{12}) \cdot
 \end{aligned}$$

Die nachstehend aufgeführten Bruchstücke von Gleichung (5.29) sind in folgenden Gleichungen verifiziert:

$\mathcal{T}$: Gleichung (5.9)

$\tilde{P}_n$ bzw. $\tilde{S}_5$: Gleichungen (5.12/5.13)

Vielteilchenmatrixelemente $m^{(i)}$: Gleichungen (5.14/5.15)

Anhand von Gleichung (5.29) soll nochmals der Einfluß der kollinearen Näherung erörtert werden. Dazu muß das Augenmerk auf den Drehimpuls g gelenkt werden. Dieser ergibt sich, wie sich unschwer aus dem einzig vorkommenden $6j$ -Symbol sofort erkennen läßt z.B. aus der Kopplung des Eingangskanalspins j an den Gesamtspin J_f des fusionierten Kerns B . Die Größe g vermittelt somit die Gesamtmultipolarität des Übergangsoperators aus Gleichung 2.45.

Wie nunmehr bereits bekannt ist, folgt aus der Kollinearität speziell, daß nur die nullte Komponente des Relativbahndrehimpulses L_{12} beiträgt, d.h. $M_{L12} = 0$, siehe Gleichung 5.28. In Anhang (A5) resultiert nachstehender $3j$ -Koeffizient, der die Kopplung des gesamten Spin-Bahn-Übergangs I der Fragmente A_1 und A_2 an L_{12} gewährleistet:

$$\begin{pmatrix} L_{12} & I & g \\ M_{L12} & m_I & m_g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{12} & I & g \\ M_{L12} & -v & m_g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{12} & I & g \\ 0 & -v & m_g \end{pmatrix}$$



$$v = m_g$$

(5.30)

An dieser Stelle wird deutlich, daß die magnetischen Quantenzahlen der Gesamtmultipolarität des Operators einzig und allein durch die Kollinearität massiv auf die (sphärischen) Komponenten des auslaufenden Pions eingeschränkt sind. Die Konsequenzen daraus werden im differentiellen Wirkungsquerschnitt voll zum Tragen kommen!

Zu erwähnen bleibt noch, daß bei der ausgezeichneten Richtung des Vektors $\underline{q} = q \underline{e}_z$ die Winkelintegration $d\Omega_q$ keinen Beitrag liefern kann. Es verbleibt schließlich nur ein Integral über den Betrag von q .

Mit dieser T-Matrix kann nunmehr die Ableitung des differentiellen Wirkungsquerschnitts erfolgen.'

6. DIE ALLGEMEINE STRUKTUR DES DIFFERENTIELLEN WIRKUNGS- QUERSCHNITTS

Das erklärte Ziel dieser Arbeit ist es, den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die pionische Fusion abzuleiten. Dieser ist allgemein gegeben durch:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \mathcal{P} \cdot \sum_{f_{in}} \overline{\sum_{i_n}} |T_{fi}|^2 \quad (6.1)$$

$\mathcal{P}$ gibt den Phasenraumfaktor an, der aus Standardwerken (Mü 68) entnommen werden kann:

$$\mathcal{P} = \frac{1}{8\pi^2} \cdot \frac{E_{A_1}^{CM} \cdot E_{A_2}^{CM} \cdot E_B^{CM}}{E_{CM}^2} \cdot \frac{k_\pi^{CM}}{k_{A_2}^{CM}} \cdot \frac{10}{hc} \quad (6.2)$$

Die Berechnung dieser kinematischen Faktoren findet sich in Anhang (A1). Der Faktor $10./hc$ gewährleistet, daß der Wirkungsquerschnitt in Einheiten von mb/sr gegeben ist.

Die Summe über die Endzustände f wird durch die Summation der unbeobachteten magnetischen Quantenzahlen M_j des Gesamtdrehimpulses J_f des fusionierten Kerns B berücksichtigt. Die Mittelung im Eingangskanal wird durch statistische Faktoren und die Summe der verschiedenen Spineinstellmöglichkeiten der beiden Fragmente A_1 und A_2 in Rechnung gestellt. Der einzig wesentliche Punkt bleibt die Bildung des Betragsquadrats der Übergangsamplitude T_{fi} aus Gleichung (5.29):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \rho \cdot \sum_{M_j} \left(\frac{1}{\hat{j}_1 \hat{j}_2} \right)^2 \sum_{m_1 m_2} \left| T_{fi}^j \right|^2$$

Aus Gründen, die nachstehend sofort klar werden, ziehen wir die Kanalspinabhängigkeit aus dem Betragsquadrat heraus. Dabei wird mit T_{Rest}^j die somit verbleibende T-Matrix bezeichnet:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \rho \cdot \left(\frac{1}{\hat{j}_1 \hat{j}_2} \right)^2 \cdot \sum_{M_j} \sum_{j m} (\hat{j})^2 \sum_{j' m'} (\hat{j}')^2 \cdot \\ &\sum_{m_1 m_2} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j \\ m_1 & m_2 & m \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j' \\ m_1 & m_2 & m' \end{pmatrix} \cdot (T_{\text{Rest}}^j) \cdot (T_{\text{Rest}}^{j'})^* = \\ &= \rho \cdot \left(\frac{1}{\hat{j}_1 \hat{j}_2} \right)^2 \cdot \sum_{M_j} \sum_{j m} (\hat{j})^2 \sum_{j' m'} (\hat{j}')^2 \cdot \frac{1}{(\hat{j})^2} \cdot \delta_{jj'} \cdot \delta_{mm'} \cdot \\ &\quad \cdot (T_{\text{Rest}}^j) \cdot (T_{\text{Rest}}^{j'})^* = \\ &= \rho \cdot \left(\frac{1}{\hat{j}_1 \hat{j}_2} \right)^2 \cdot \sum_{M_j} \sum_{j m} (\hat{j})^2 \cdot \left| T_{\text{Rest}}^j \right|^2 \end{aligned} \quad (6.3)$$

Als Resultat dieser Betrachtung können wir festhalten, daß sich die Kanalspinamplituden inkohärent addieren. Dies hat unmittelbar zur Folge, daß die entsprechende Phase $(-1)^{j_2-j_1+j}$ keinen Einfluß auf das Interferenzverhalten der T-Matrix nach Gleichung (5.29) mehr nehmen kann, da j_1 bzw. j_2 feste Größen sind und j diagonal ist. Die Phase $(-1)^{2j_{12}}$ des Endkanalspins dagegen bleibt erhalten, da über j_{12} in der T-Matrix summiert wird.

Um die Summen über die Spinprojektionen des fusionierten Kerns M_J und des Kanalspins im Eingangszustands m auswerten zu können, gehen wir analog zur obigen Darstellung vor und reduzieren T_{Rest}^j auf eine Form, die nicht mehr von M_J und m abhängt:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \mathcal{P} \cdot \left(\frac{1}{\hat{j}_1 \hat{j}_2} \right)^2 \sum_j (\hat{j})^2 \sum_{g_1 g'} \hat{g} \cdot \hat{g}' \sum_{\nu \nu'} \sum_{M_J, m} \\
 &\quad \begin{pmatrix} j & j_f & g \\ m & -m_f & -\nu \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} j & j_f & g' \\ m & -m_f & -\nu' \end{pmatrix} \cdot (T_{\text{Rest}}^{j, g}) \cdot (T_{\text{Rest}}^{j', g'})^* = \\
 &= \mathcal{P} \cdot \left(\frac{1}{\hat{j}_1 \hat{j}_2} \right)^2 \sum_j (\hat{j})^2 \sum_{g g' \nu \nu'} \hat{g} \hat{g}' \cdot \frac{1}{(\hat{g})^2} \cdot \delta_{g g'} \cdot \delta_{\nu \nu'} \cdot \\
 &\quad \cdot (T_{\text{Rest}}^{j, g}) \cdot (T_{\text{Rest}}^{j', g'})^* \\
 &= \mathcal{P} \cdot \left(\frac{1}{\hat{j}_1 \hat{j}_2} \right)^2 \sum_{j, g, \nu} (\hat{j})^2 \cdot \left| T_{\text{Rest}}^{j, g} \right|^2 \quad (6.4)
 \end{aligned}$$

Unter Ausnutzung der Orthogonalität der $3j$ -Symbole kommen wir zu dem Ergebnis, daß die Gesamtmultipolarität des Übergangs, vermittelt durch die Größe g , auch nur inkohärent in die obige Summation einfließt, wobei das Gleiche selbstverständlich auch für die Projektion ν gilt:

Wie bereits weiter oben erläutert wurde, ist die Tatsache, daß die magnetischen Quantenzahlen von g gleich der des reellen p -Wellen-Pions ν ist, eine notwendige Konsequenz der kollinearen Näherung. Da der Eingangsimpuls in z -Richtung liegt, ist andererseits mit der Größe ν die gesamte Abhängigkeit des Streuwinkels verknüpft. Die Diagonalität von ν hat somit konkret zur Folge, daß verschiedene Winkelfunktionen nicht miteinander interferieren können!

An dieser Stelle soll noch ein weiterer Punkt im Zusammenhang mit der Kollinearität beleuchtet werden. Wie aus Gleichung (5.29) zu entnehmen ist, sind auf Grund dieser Näherung einige magnetische Quantenzahlen identisch Null, was eine große Symmetrie der Kopplungskoeffizienten bezüglich v zur Folge hat.

In Anhang (A6) ist die daraus folgende spezielle Auswahlregel $v = \alpha$ explizit aufgezeigt. Für $v = \pm 1$ erhält man jeweils den gleichen Beitrag, was zu einem Faktor 2 für $v = \alpha = 1$ führt.

Wenn wir uns kurz an die Bedeutung der Größe α erinnern, so wird klar, daß die Kollinearität schlußendlich das Interferieren von Spinnonflip- ($\alpha = 0$) mit der Spinflipamplitude ($\alpha = 1$) unterbindet.

Sollte sich bei einer speziellen Reaktion z.B. die Spinflipamplitude zu Null interferieren, so muß daher eine extreme Winkelverteilung mit einer echten Nullstelle erwartet werden, was sicherlich unrealistisch ist.

Deshalb sollte man sich stets vor Augen halten, daß der nachstehend angegebene differentielle Wirkungsquerschnitt in dieser Form die pionische Fusion am Besten unter kleinen Vorwärtswinkeln beschreiben kann.

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta, \omega) &= \left(\frac{1}{g_1^2} \cdot \frac{E_1^{cm} E_2^{cm}}{E_1^{cm}} \cdot \frac{k_1^{cm}}{k_2^{cm}} \right) \cdot \left(\frac{f^2}{4\pi} \cdot \left(\frac{t_L}{m_W} \right)^6 \cdot \frac{16}{3 \cdot \pi} \cdot \frac{10}{t_L} \right) \cdot \left(\frac{\hat{T}_L \cdot \hat{T}_F}{\hat{g}_1 \cdot \hat{g}_2} \right)^2 \cdot \sum_{\hat{g}_1, \hat{g}_2} (\hat{g})^2 \cdot \sum_{\alpha=0}^1 (1 + \theta_{\alpha,1}) \cdot \\
 &\cdot \left[\sum_{\substack{\hat{g}_1, \hat{g}_2, j_{12}, l_{12}, l_{21}}} (C^*)^{j_{12}} \cdot \hat{g}_{12} \cdot \hat{g}_{21} \cdot (-1)^{2 \cdot j_{12}} \cdot \sum_{\hat{L}_2, \hat{L}_1} \hat{L}_2 \cdot \hat{L}_1 \cdot (-1)^{\hat{L}_2 + \hat{L}_1 + L_{12}} \cdot \sum_{\hat{t}} \hat{t} \cdot (-1)^{\hat{t} - \hat{L}_2 + \hat{L}_1 + L_{12}} \cdot (t_1 m_1, t_2 m_2, t m_1) \right. \\
 &\cdot \left. \left(\frac{\hat{T}_L}{-t_1 - t_2 - m_1} \right) \cdot \sum_{\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{I}_3} \hat{I}_1 \cdot \hat{I}_2 \cdot \hat{I}_3 \cdot (L_1, 0, L_1 | 0, 0) \cdot \hat{I}_1 \cdot (L_2, 0 | I_1 \alpha | 0, 0) \cdot \left\{ \begin{matrix} L_2 & T_1 & j_{12} \\ \hat{I}_1 & \hat{I}_2 & \hat{I}_3 \end{matrix} \right\} \cdot \sum_{\substack{\hat{I}_1' & \hat{I}_2' & \hat{I}_3' \\ \hat{I}_1 & \hat{I}_2 & \hat{I}_3}} \left(\hat{g}' \cdot \hat{I}_1 \alpha \right) \cdot \sum_{\beta, \gamma} (\hat{g})^2 \cdot \left(-\alpha \cdot \hat{I}_1 \alpha \right) \cdot \right. \\
 &\cdot \left. (L_0 \gamma \alpha | I \alpha) \cdot \sum_{\beta=0}^1 \binom{P P \alpha}{0 \alpha - \alpha} \cdot \hat{L}_\pi^P \cdot \gamma_{P, \alpha}(\hat{L}_\pi) \cdot \left\{ \sum_{n=1}^4 \mathcal{F}_n(\alpha, \beta) \cdot \delta_{n,2} + \mathcal{G}(\alpha, \beta) \cdot \delta_{n,0} \right\} \cdot \int dq \cdot q^{\gamma n} \cdot \tilde{v}(q, p) \cdot \right. \\
 &\cdot \left\{ (-1)^{L_2} \cdot (-1)^{L_2} \cdot \tilde{\mathcal{O}}(1\alpha 1) + L_{12} \cdot \tilde{\mathcal{O}}(1\tilde{L}_1 1) \cdot \left\{ \begin{matrix} L_1 & L_2 & L \\ 1 & \alpha & \gamma \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} t_1' & t_2' & T_1 \\ t_1 & t_2 & t \end{matrix} \right\} \cdot m^{(1)}(q, L_1, 1, I_1, 1) \cdot m^{(2)}(L_2, L_2, \alpha, I_2, 1) \cdot \phi_{\mu_{L_2}}(\tilde{L}_P) + \right. \\
 &+ \left. (-1)^{L_2+1} \cdot (-1)^{1+\alpha-\gamma} \cdot (-1)^{\beta} \cdot (-1)^{\gamma} \cdot \right. \\
 &\cdot \left. (-1)^{L_2} \cdot (-1)^{L_2} \cdot \tilde{\mathcal{O}}(1\alpha 1) + L_{12} \cdot \tilde{\mathcal{O}}(1\tilde{L}_1 1) \cdot \left\{ \begin{matrix} L_1 & L_2 & L \\ \alpha & 1 & \gamma \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} t_1' & t_2' & T_1 \\ t_1 & t_2 & t \end{matrix} \right\} \cdot m^{(1)}(L_1, L_1, \alpha, I_1, 1) \cdot m^{(1)}(q, L_2, 1, I_2, 1) \cdot \phi_{\mu_{L_2}}(\tilde{L}_T) \right\} \Bigg] \cdot 2
 \end{aligned}$$

Somit ist der differentielle Wirkungsquerschnitt der pionischen Fusion in mb/sr gegeben. Dieses Ergebnis resultiert, wie detailliert in Anhang (A6) gezeigt wird, prinzipiell aus Gleichung (6.4). Es stellte sich jedoch heraus, daß es im Betragsquadrat möglich wird, die den Wechselwirkungsgraphen entsprechenden Funktionen $\tilde{P}_n(\alpha, \beta, \gamma)$ bzw. $\tilde{S}_5(\alpha, \beta, \gamma)$ aus Gleichungen (5.12/5.13) dahingehende zu modifizieren, daß erstens Konstanten herausgezogen werden können und zweitens die Variable γ aus allen fünf Graphen eliminiert werden kann. Dies führt uns auf neue, nachstehend definierte Funktionen $F_n(\alpha, \beta)$ und $G(\alpha, \beta)$, die nur noch von den Spin-Isospinfreiheitsgraden der Rückstreuung abhängen. Daneben sind diese Funktionen, wie überhaupt der gesamte differentielle Wirkungsquerschnitt, von der dem System zur Verfügung stehenden Energie ω abhängig. Die Konstruktion der folgenden Funktionen F und G und die damit verbundene Ableitung der entsprechenden Konstanten sind den Anhängen (A6) bzw. (A3) zu entnehmen:

$$DB : F_1(\alpha, \beta) = \frac{\hbar c}{\omega} \cdot \frac{f^2}{4\pi} \cdot (-1)^\alpha \cdot \hat{\alpha} \hat{\beta} \cdot z(\alpha) \cdot z(\beta) \quad (6.6)$$

$$CB : F_2(\alpha, \beta) = \frac{\hbar c}{\omega} \cdot \frac{f^2}{4\pi} \cdot (-1)^{\alpha+\beta} \hat{\alpha} \hat{\beta} z(\alpha) z(\beta) \quad (6.7)$$

$$D\Delta : F_3(\alpha, \beta) = \frac{\hbar c}{\omega - \bar{e}} \cdot \frac{f^{*2}}{4\pi} \cdot (-1)^\alpha \cdot \hat{\alpha} \hat{\beta} N(\alpha) N(\beta) \quad (6.8)$$

$$C\Delta : F_4(\alpha, \beta) = \frac{\hbar c}{\omega + \bar{e}} \cdot \frac{f^{*2}}{4\pi} \cdot (-1)^{\alpha+\beta} \hat{\alpha} \hat{\beta} N(\alpha) N(\beta) \quad (6.9)$$

$$s \text{ wave: } G(\alpha, \beta) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \tilde{\alpha}(\beta) \cdot (-1)^\alpha \cdot \hat{\alpha} \quad (6.10)$$

$$\text{Born} : \quad Z(0) = -\sqrt{3} \quad ; \quad Z(1) = -\sqrt{2} \quad (6.11)$$

$$\text{Delta} : \quad N(0) = -\frac{2}{\sqrt{3}} \quad ; \quad N(1) = \frac{\sqrt{2}}{3} \quad (6.12)$$

$$\text{s wave} : \quad \left\{ \begin{array}{l} \tilde{d}(0) = 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\omega_{\pi}}{t_c} \cdot \lambda_1 \\ \tilde{d}(1) = 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\omega}{t_c} \cdot \lambda_2 \end{array} \right. \quad (6.13)$$

$$(6.14)$$

Die Größen λ_1 und λ_2 sind in Gleichung (3.56.1) bzw. (3.56.2) angegeben. Im Weiteren sind ω die Pionenenergie, m_{π} deren Masse und $\bar{E}$ die Closure Energie des Deltas gemäß Gleichung (3.18). Aus den π -N-Streudaten entnehmen wir für die Kopplungskonstanten die Werte:

$$\pi\text{NN-Vertex:} \quad \frac{f^2}{4\pi} = 0.081$$

$$\pi\text{N}\Delta\text{-Vertex:} \quad \frac{f^{*2}}{4\pi} = 0.35$$

Die bereits in Kapitel (3.1.1) Gleichung (3.8) diskutierten, impulsabhängigen Vertexkorrekturen sind in Gleichung (6.5) in den Pionpropagator $\tilde{\mathcal{V}}(q,P)$ hineindefiniert worden. Es ist an dieser Stelle nur dafür Sorge zu tragen, daß für den betrachteten Vertex der entsprechende Formfaktor auftritt.

Bei Betrachtung der Geometriefaktoren von Gleichung (6.5) werden die verschiedenen Kopplungsschemata auch dem ungeübten Leser sofort klar sein. Das Einzige, was in diesem Zusammenhang zu diskutieren bleibt, ist die Winkelabhängigkeit. Wie bereits vorstehend eingehend erörtert wurde, wird der Spin-

freiheitsgrad α der Rückstreuung diagonal, derart daß für $\alpha = 1$ das Doppelte der inkohärenten Teilsumme Verwendung finden muß, was durch den Faktor $(1 + \delta_{\alpha,1})$ realisiert wird.

Die Abhängigkeit vom Streuwinkel ϑ selbst wird via $Y_{p,\alpha}(\hat{k}_\pi)$ vermittelt, da der einlaufende Impuls $\underline{k}_{12}$ bereits in Richtung der Quantisierungsachse liegt; siehe dazu auch die Figur 23.

Um diesen Punkt genauer zu beleuchten, soll der differentielle Wirkungsquerschnitt aus Gleichung (6.5) nochmals in einer klaren Weise schematisch skizziert werden:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\Omega} &\propto \sum_{\alpha} (1 + \delta_{\alpha,1}) \left| \sum_p Y_{p,\alpha}(\hat{k}_\pi) \cdot T_{Rest} \right|^2 = \\
 &= \sum_{\alpha} (1 + \delta_{\alpha,1}) \left| \sum_p \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Theta_{p,\alpha}(\vartheta_\pi) \cdot e^{i\alpha\varphi_\pi} \cdot T_{Rest} \right|^2 = \\
 &= \sum_{\alpha} (1 + \delta_{\alpha,1}) \cdot e^{i\alpha\varphi_\pi} \cdot e^{-i\alpha\varphi_\pi} \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Theta_{p,\alpha}(\vartheta_\pi) \cdot T_{Rest} \right|^2 = \\
 &= \sum_{\alpha} (1 + \delta_{\alpha,1}) \cdot \left| \sum_p \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \Theta_{p,\alpha}(\vartheta_\pi) \cdot T_{Rest} \right|^2 \quad (6.15)
 \end{aligned}$$

Es verschwindet explizit die azimutale Winkelabhängigkeit, und die polare Abhängigkeit des Streuwinkels ϑ_π ist für die jeweils möglichen Kanäle durch nachstehende Relationen gegeben:

$$p=0 ; \alpha=0 : \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Theta_{0,0}(\vartheta_\pi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \quad (6.16)$$

$$p=1 ; \alpha=0 : \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Theta_{1,0}(\vartheta_\pi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cdot \cos \vartheta_\pi \quad (6.17)$$

$$p=1 ; \alpha=1 : \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Theta_{1,1}(\vartheta_\pi) = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \cdot \sin \vartheta_\pi \quad (6.18)$$

Es ist somit klar, daß die s-Welle ($p = 0$) an dieser Stelle eine isotrope Winkelverteilung zeigen wird. Bei der p-Wellenrückstreuung ($p = 1$) resultiert für den Spinnonflipterm ($\alpha = 0$) eine Kosinus-, beim Flipterm ($\alpha = 1$) eine Sinusabhängigkeit vom Streuwinkel ϑ_π , die a priori überlagert sind.

Schließlich bleibt im differentiellen Wirkungsquerschnitt von Gleichung (6.5) die Diskussion der expliziten Summe im Integral, die den Einfluß der Projektil- bzw. Targetemission beschreibt. Dazu sollen die wesentlichen Unterschiede der beiden Emissionsarten herausgestellt werden.

Augenfällig sind die zusätzlichen Phasen bei der T.E., die eine Folge der Kollinearität sind. Zur Klärung dieses Sachverhalts sei in Erinnerung gerufen, daß bei paralleler Ausrichtung von Quantisierungsachse und Initialimpuls $\underline{k}_{12}$ für die Richtung des ausgetauschten Pionimpulses im Falle der T.E. gilt:

$$\underline{q} = -|\underline{q}| \cdot \underline{e}_z \quad (6.19)$$

Aus Anhang (A6) ist zu entnehmen, daß dieser Punkt in der kollinearen Näherung nachstehende Beziehung zur Folge hat:

$$\chi_{L_1,0}(\hat{q}_T) = (-1)^{L_1} \cdot \frac{\hat{L}_1}{\sqrt{4\pi}} \quad (6.20)$$

Diese Phase $(-1)^{L_1}$ läßt sich schließlich umformen in:

$$(-1)^{L_1} = (-1)^{L_2+1} \cdot (-1)^P$$

Aus diesem Zusammenhang läßt sich für die Targetemission noch ein anschaulich klarer Punkt ableiten:

$$(-1)^P \cdot \gamma_{p,\alpha}(\vartheta_\pi, \varphi_\pi) = \gamma_{p,\alpha}(\pi - \vartheta_\pi, \pi + \varphi_\pi) \quad (6.21)$$

Somit wird im Falle der Targetemission das auslaufende Pion unter dem Winkel $\vartheta' = \pi - \vartheta_\pi$ nachgewiesen.

Die Phase $(-1)^{1+\alpha-\gamma} \cdot (-1)^\beta$ findet ihren Ursprung einfach in der Vertauschungsrelation von Tensorprodukten (Edm 57)

$$[\varphi_i^\alpha \times \varphi_j]^\gamma = (-1)^{1+\alpha-\gamma} \cdot [\varphi_i \times \varphi_j^\alpha]^\gamma \quad (6.22)$$

Die Argumente der harmonischen Oszillatorwellenfunktion sind jeweils gegeben durch:

$$\underline{K}_{pro} = \alpha_{12} \left\{ \underline{K}_{12} - q + \frac{H_1}{B} \cdot \underline{k}_\pi \right\} \quad (6.23)$$

$$\underline{K}_{tar} = \alpha_{12} \left\{ \underline{K}_{12} + q - \frac{H_2}{B} \cdot \underline{k}_\pi \right\} \quad (6.24)$$

Im Rahmen der kollinearen Näherung ($\underline{K}_{12} \parallel q$) resultiert sofort für den relevanten Betrag von $\underline{K}_{pro}$

$$|\underline{K}_{pro}| = \alpha_{12} \cdot \left| \{ (\underline{K}_{12} - q) \cdot \underline{e}_z + \frac{H_1}{B} \cdot \underline{k}_\pi \} \right| \quad (6.25)$$

Im Falle der Targetemission ist auch hier wieder Gleichung (6.19) zu berücksichtigen:

$$|\underline{K}_{tar}| = \alpha_{12} \cdot \left| \{ (\underline{K}_{12} - q) \cdot \underline{e}_z - \frac{H_2}{B} \cdot \underline{k}_\pi \} \right| \quad (6.26)$$

Ohne speziellen Anwendungen vorgreifen zu wollen, soll bereits hier auf eine Beobachtung, die eigentlich nur numerisch belegbar ist, hingewiesen werden: die unstetigen Phasensprünge, vermittelt z.B. durch

$$(-1)^{\ell_2} \cdot \Theta(|\underline{q}|) \cdot (-1)^{\ell_{12}} \cdot \Theta(|\underline{k}_{pro}|)$$

sind bedeutungslos, und können somit vernachlässigt werden. Begründen läßt sich diese Beobachtung damit, daß der gesamte Integrand in Gleichung (6.5) nur in dem Bereich $|k_n| \lesssim q \lesssim |k_{12}|$ einen wesentlichen Beitrag liefert. Für kleine q drückt der Faktor q^{3+p} den Integranden, für große q sind dagegen auf jeden Fall die Formfaktoren, d.h. die Vielteilchenmatrixelemente $m^{(i)}$ und auch die Radialwellenfunktionen (bei nicht zu großen Oszillatorquanten) klein.

Es formiert sich somit ein den Gesamtprozeß bestimmendes dynamisches Impulsfenster!

Die Vielteilchenmatrixelemente sind in Gleichungen (5.14/5.15) definiert, und die Radialwellenfunktion ist allgemein im Impulsraum gegeben durch:

$$\Phi_{n\ell}(q) = i^{2n} \cdot N_{n\ell} \cdot b^{3/2} \cdot (q \cdot b)^{\ell} \cdot e^{-\frac{q^2 b^2}{2}} \cdot L_n^{\ell+1/2}(q^2 b^2) \quad (6.27)$$

Die $L_n^{1+1/2}$ sind die assoziierten Laguerre'schen Polynome (Mos 66), b ist der Oszillatorparameter, für den es gilt, ein möglichst realistisches Anpassungsverfahren zu wählen. Die Normierungskonstante ist gegeben durch:

$$N_{n\ell} = \left(\frac{n! \cdot 2^{n+\ell+2}}{(2n+2\ell+1)!!} \right)^{1/2} \cdot \frac{1}{\pi^{3/4}} \quad (6.28)$$

mit $\{n\} \in \mathbb{N}_0$, d.h. die tiefste Oszillatorfunktion ist eine 0s-Funktion.

Der modifizierte Pionpropagator $\tilde{v}(q,p)$ schlüsselt sich in die einzelnen Rückstreumechanismen wie folgt auf:

$$\tilde{v}(q,p) = \begin{cases} v(q) \cdot F_M^2(q) \cdot F_S(k_\pi) & \text{p-wave} & (6.29) \\ v(q) \cdot F_M(q) & \text{s-wave} & (6.30) \end{cases}$$

wobei $v(q)$ in Gleichung (3.4.1), $F_M(q)$ in Gleichung (3.8) und $F_S(k_\pi)$ in Gleichung (3.22) vorgestellt wurden. Wie bereits in Kapitel (3.2) kurz angesprochen wurde, verzichten wir in der s-Welle, auf Grund des gewählten phänomenologischen Ansatzes auf Vertexkorrekturen bei der Rückstreuung.

7. SPEZIELLE ANWENDUNGEN

Nachdem mit Gleichung (6.5) eine handhabbare Formel für den differentiellen Wirkungsquerschnitt als Ziel des formalen Teils dieser Arbeit gefunden wurde, können wir mit der konkreten Analyse pionischer Fusionsreaktionen beginnen. Diese dient natürlich auch der selbstkritischen Überprüfung unseres Fusionsmodells an sich, wie auch den diversen Approximationen, die zum Teil grundsätzlichen (PWA) bzw. technischen Überlegungen (Closure, Kollinearität) entstammen.

Die bis zum heutigen Datum bekannten Experimente wurden bereits in Tabelle 2 vorgestellt. Ausgespart bleiben in dieser Zusammenstellung die protoninduzierten Reaktionen, speziell auch die Reaktion $p(p, \pi^+)d$, die typische Wirkungsquerschnitte in der Größenordnung von $100 \mu\text{b/sr}$ liefert. Wie die in Tabelle 2 angegebenen numerischen Werte für den differentiellen Wirkungsquerschnitt zeigen, bewegen sich dagegen die Resultate für Kern-Kern-Fusion im Bereich von nb/sr bis hinunter zu pb/sr . Von einem realistischen Modell muß daher verlangt werden können, daß es diese Varianz über sieben Größenordnungen richtig beschreibt, erst dann kann die Forderung nach struktureller Übereinstimmung von Experiment und Theorie detailliert untersucht werden.

Die Auswahl der in den nachfolgenden Kapiteln analysierten Reaktionen erfolgte somit auch nicht rein zufällig, sondern nach wohlüberlegten Kriterien:

- (i) Zu Testzwecken wurde das $B = 2$ System gewählt. Diese Reaktion repräsentiert den zu Grunde gelegten Elementarprozeß und diente als Richtschnur bei der Auswahl der relevanten nichtresonanten Kanäle.

- (ii) Der ersten eindeutig nachgewiesenen und bislang datenreichsten pionischen Fusionsreaktion $^3\text{He} (^3\text{He}, \pi^+) ^6\text{Li}$ (Bim 82), siehe auch Figur 7, gilt vor allem wegen der Energieabhängigkeit großes Interesse.
- (iii) Bei der Verwendung von ^4He statt ^3He als Target, wird sich zeigen, daß an dieser Reaktion sodann in transparenter Weise der Einfluß der einzelnen Kanäle, wie der Kollinearität aufzeigen läßt.
- (iv) Schließlich wird noch eine protoninduzierte Reaktion $^{18}\text{O} (p, \pi^-) ^{19}\text{Ne}$ in Hinblick auf die spektroskopische Selektivität untersucht.

Bevor wir uns jedoch den Einzelprozessen im Detail zuwenden können, müssen noch einige programmtechnische Punkte Erwähnung finden.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die pionische Fusion, wie er in Gleichung (6.5) gegeben ist, wurde in Fortran IV an einer CYBER 845 programmiert. Dieses Programm FUSPILS (coherently FUSion to Pions and dinucLear States) existiert ebenso in einer IBM-kompatiblen Version an der Universität Bonn. Dieses Programm ist in sich abgeschlossen; es bedarf momentan lediglich zweier Inputfiles, wovon der erste jeweils die spektroskopische Information bezüglich der Vielteilchenmatrixelemente gemäß Gleichungen (5.14 und 5.15) und der vorgegebenen dinuklearen Struktur enthält. Im zweiten Input wird die allgemeine kinematische Situation vorgegeben und die Steuerparameter gewählt. Auf einen Punkt wollen wir in diesem Zusammenhang gesondert unser Augenmerk legen: das Programm berechnet prinzipiell immer den Wirkungsquerschnitt, der sich aus der kohärenten Addition der berücksichtigten Elementarprozesse, siehe Figur 13, ergibt.

Darüberhinaus besteht die Möglichkeit einzelne Amplituden "abzuschalten". Besteht z.B. nur am Einfluß der beiden Born-Terme Interesse, so wird nur aus diesen zwei Amplituden, die selbstverständlich auch kohärent addiert werden, das Betragsquadrat gebildet. Somit eröffnet sich bei den nun folgenden Anwendungen die Möglichkeit, den Einfluß der einzelnen Beiträge separat zu analysieren.

Die Abkürzungen, die in der Präsentation der Ergebnisse Verwendung finden sind klar und eindeutig. So steht Δ für den direkten Δ -Term, oder Σp -wave für die Summe der p-Wellen-Amplituden. Für die Legende in den Figuren wird folgende Konvention gewählt:

—————	totale Summe (Σ total)
—— — — — —	direkter Delta-Term ($D\Delta$)
—	gekreuzter Delta-Term ($C\Delta$)
—	Summe der p-Wellen (Σp -waves)
—	Summe der nichtres. ($\Sigma nonres$)
.....	S-Wellenbeitrag (s-wave)
- + - + - + - + - +	direkter Born Term (DB)
# - # - # - # - # -	gekreuzter Born Term (CB)
— x — x — x —	Summe der Born Terme ($\Sigma(DB+CB)$)

7.1. Die Reaktion $p + p \rightarrow d + \pi^+$

Wie eingangs bereits angedeutet wurde, soll diese Reaktion vor allem der Überprüfung des elementaren Operators aus Gleichung (3.74) für den Fall $A_1 = A_2 \doteq 1$ dienen. Nebenbei läßt sich hier die programmtechnische Abwicklung von Gleichung (6.5) noch gut nachvollziehen.

Zur Klärung des Sachverhalts sind zunächst die reaktions-spezifischen Ingredienzien anzugeben. Wenden wir uns daher zuerst den Vielteilchenmatrixelementen von Gleichung (5.14) zu. Auf Grund der Symmetrie des Eingangskanals bedarf es nur der Beschreibung eines derartigen. Das Proton ist ein Spin-Isospin-1/2-Teilchen

$$j = 1/2 \quad , \quad t = 1/2 \quad (7.1)$$

Somit erhalten wir gemäß Anhang A7 für das mehrfach reduzierte Einteilchenmatrixelement folgende Relation, wobei die Spin-Isospinfreiheitsgrade aus ihrem vollen Wertebereich $\{\alpha, \beta\} \in \{0, 1\}$ schöpfen können.

$$\begin{aligned} m(q; 0, \alpha, \alpha; \beta) &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \cdot \mathcal{F}_5^p(q) \cdot \langle 1/2 \parallel \sigma^\alpha \parallel 1/2 \rangle \cdot \langle 1/2 \parallel \tau^\beta \parallel 1/2 \rangle \end{aligned} \quad (7.2)$$

Im Rahmen der konventionellen Kernphysik wird das Proton strukturlos angesehen, somit erhalten wir für den Formfaktor

$$F_S^P(q) = F_S^P(Q) = 1$$

Selbstverständlich wird auch der elementare πNN -Vertex zusätzlich durch den Monopolformfaktor $F_M(q)$ gemäß Gleichung (3.8) mit $\Lambda_M = 1,4$ GeV korrigiert, woraus eine sanft fallende Funktion resultiert, die mit Quarkmodellrechnungen in Einklang ist.

Die vollständig antisymmetrische Wellenfunktion für die gebundene dinukleare Konfiguration, d.h. für das Deuteron wurde dem D^* -Modell (Hop 83) entnommen. Hier wird die Konstruktion der Deuteronwellenfunktion in einer Oszillatorbasis formuliert. Mittels einer Fitprozedur wird diese Radialfunktion durch fünf Basisfunktionen (aus technischen Gründen war eine größere Anzahl nicht möglich) an die wohl-situierten Parametrisierungen gemäß des Parispotentials (Lac 80, Lac 81) bzw. des Reid-Potentials (Bos 78) angepaßt und somit die Entwicklungskoeffizienten $c_{j_n l_2}^{7f}$ aus Gleichung (4.6) bestimmt. Daß eine derartige Beschreibung der Wellenfunktion sicherlich nicht optimal ist, kann zu Gunsten einer einfachen, klaren Beschreibung, vor allem hinsichtlich eines einzigen Oszillatorparameters b , in Kauf genommen werden. Wie sich im Einzelnen zeigte, sind die Ergebnisse für den differentiellen Wirkungsquerschnitt nahezu unabhängig von der Wahl der zugrundeliegenden Potentiale; deshalb basieren im Folgenden sämtliche Ergebnisse auf dem Reid-Potential. Somit lautet die Wellenfunktion des Ausgangskanals gemäß den vorangehenden Ausführungen und Gleichung (4.6):

$$\begin{aligned}
 |d, \pi^+ \rangle &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \cdot e^{i \underline{k}_\pi \cdot \underline{R}_{\pi B}} \cdot e^{i \underline{k}'_{cm} \cdot \underline{R}_{cm}} \cdot \\
 &\cdot \sum_{jn N_{12} L_{12}} \overline{C_{L_{12} j_{12}}^{J_f}} \cdot \\
 &\cdot \left| \left[\left[\left(\frac{1}{2}\right)^+ \times \left(\frac{1}{2}\right)^+ \right]^{1^+} \times \phi_{N_{12} L_{12}} \right]^{1^+} \right\rangle \cdot \\
 &\cdot \left| \left[\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right]_0^0 \right\rangle \cdot \left| \hat{\phi}_{\pi, c_{\pi}=+} \right\rangle \quad (7.3)
 \end{aligned}$$

Die dem D*-Modell entnommenen Entwicklungskoeffizienten $C_{L_{12} j_{12}}^{J_f}$ lauten konkret für einen Oszillatorparameter $b = 2.1$ fm:

J_{12}	N_{12}	L_{12}	$C_{L_{12} j_{12}}^{J_f}$
1	0	s	1.2655405
1	1	s	- 0.2382677
1	0	d	0.2375282
1	2	s	0.3615860
1	1	d	0.1058830

(7.4)

Tab. 7.1: Die Deuteronwellenfunktion gemäß D*-Modell (Hop 83); angepaßt an das Reid-Potential

Die Wellenfunktion des Eingangskanals ist mit Gleichung (4.5) gegeben. Bei der vorliegenden Reaktion ist zusätzlich die Identität von Projektil und Target in Rechnung zu stellen. Für die beiden Spin(-1/2)-Teilchen ist der Anfangszustand zu antisymmetrisieren.

$$|in\rangle = \mathcal{A} \cdot \Psi_{R_1}^{j_1 t_1}(\underline{p}) \cdot \Psi_{R_2}^{j_2 t_2}(\underline{q}) \cdot e^{i \underline{k}_{R_2} \underline{R}_{R_2}} \quad (7.5)$$

Da jedoch die Deuteronwellenfunktion antisymmetrisch ist, und der Gesamtoperator $\tilde{\mathcal{H}}$ aus Gleichung (3.74) durch die Berücksichtigung von Projektil und Targetemission symmetrisch unter Vertauschung der Fragmente, im vorliegenden Fall gar der Einteilchenkoordinaten ist, läßt sich somit folgende allgemeine Betrachtung vollziehen (dST 63), wobei der Antisymmetrisierer $\mathcal{A}$ via aller über die N aktiven Teilchen möglichen Permutationen P gegeben ist:

$$\mathcal{A} = \frac{1}{\sqrt{N!}} \sum_P (-1)^P \cdot P \quad (7.6)$$

Der allgemeinste vollständig antisymmetrisierte Ansatz für die T-Matrixelemente lautet:

$$T_{fi} = \langle fin | \mathcal{A}^+ \tilde{\mathcal{H}} \mathcal{A} | in \rangle \quad (7.7)$$

wobei $\mathcal{A}$ ($\mathcal{A}^\dagger$) auf den Ein-(Aus-)gangszustand wirkt. Der antisymmetrisierte Endzustand $\langle \widetilde{f_{in}} |$ liege vor, somit lautet Gleichung (7.7)

$$\begin{aligned} T_{fi} & \langle \widetilde{f_{in}} | \widetilde{\mathcal{H}} \mathcal{A} | in \rangle = \\ & = \langle \widetilde{f_{in}} | \mathcal{A}^\dagger \cdot \widetilde{\mathcal{H}} | in \rangle = \\ & = \sqrt{N!} \langle \widetilde{f_{in}} | \widetilde{\mathcal{H}} | in \rangle \end{aligned} \quad (7.8)$$

Dieses Ergebnis hat zur Folge, daß wir die Symmetrieanforderungen an den Eingangskanal, unter den oben angesprochenen speziellen Gesichtspunkten, durch den trivialen Zahlenfaktor $\sqrt{N!}$ berücksichtigen können.

In der vorliegenden Reaktion ist somit die in Gleichung (5.29) gewonnene Amplitude mit dem Faktor $\sqrt{2}$ zu multiplizieren.

In Figur 25 sind für zwei Protonenlaborenergien unsere Ergebnisse im Vergleich mit dem Experiment exemplarisch dargestellt; die Daten für 398 MeV bzw. 516 MeV sind Arbeiten von (Abi 76) und (Hof 82) entnommen.

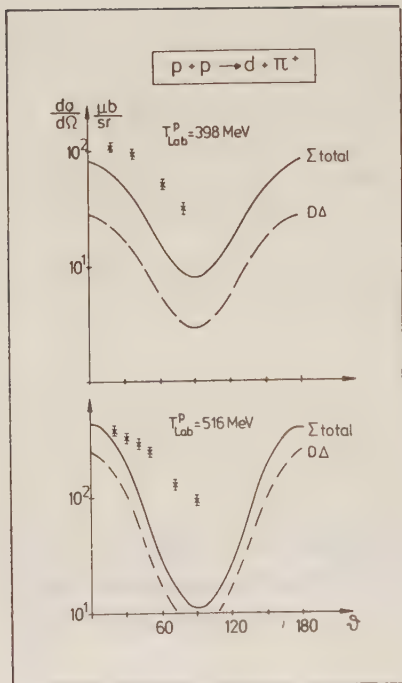


Fig. 24:
Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $p + p \rightarrow d + \pi^+$. Die experimentellen Daten sind von Abischer (Abi 76) bei 358 MeV bzw. Hoftiezer (Hof 82) bei 516 MeV aufgenommen worden.

Betrachten wir zunächst die totale Summe, so ist klar zu entnehmen, daß die Größenordnung gut beschrieben ist, und die Abweichungen zum Experiment bei kleinen Winkeln den Faktor zwei nicht überschreitet. für größere Produktionswinkel θ_{CM} zeigt sich jedoch, vor allem für höhere Ein-schußenergien, eine Abweichung bis zu einer Größenordnung.

Dieser Effekt resultiert aus der bereits in Kapitel 5 ausführlich diskutierten Kollinearität, die jedoch für $\vartheta^0 = 0^\circ$ keine Näherung mehr darstellt.

In eindrucksvoller Weise spiegelt der absolute Vergleich der totalen mit der Delta-Kurve die Bedeutung der nicht-resonanten Anteile, auf die später noch gesondert eingegangen wird, wider. Dadurch wird sofort klar, daß dieser Prozeß nicht alleine durch den direkten Deltaterm ($D\Delta$) zu beschreiben ist. Schließlich sei noch auf die Symmetrie der

Kurven um $\vartheta = 90^\circ$ hingewiesen, die der kohärenten Amplitudenaddition von Projektil- und Targetemission entsprechen.

Um das Interferenzverhalten der einzelnen Elementarmechanismen des Gesamtoperators gemäß Gleichung (3.74), vor allem das s- und p-Wellen-Zusammenspiel untersuchen zu können, müssen wir uns wieder einmal der inversen Reaktion $D + \pi^+ \rightarrow p + p$ bedienen. Aus dem mit Gleichung (6.5) gewonnenen differentiellen Fusionswirkungsquerschnitt erhalten wir mittels "detailed balance"

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Spaltung}} = \left(\frac{k_{12}}{k_{\pi}}\right)^2 \cdot \frac{(2S_{\eta_1}+1)(2S_{\eta_2}+1)}{(2S_B+1)} \cdot \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Fusion}} \quad (7.9)$$

das in Figur 25 gezeigte Ergebnis für den winkelintegrierten Spaltungswirkungsquerschnitt. Aus Detailrechnungen von (Nis 77) ist bekannt, daß der primäre charakteristische Abfall des integrierten Wirkungsquerschnitts an der Pionenschwelle vollständig zu Lasten der s-Welle geht. In Figur 25 ist das Ergebnis unserer Rechnung nach den Beiträgen von s- und (Σ p)-Wellen aufgeschlüsselt.

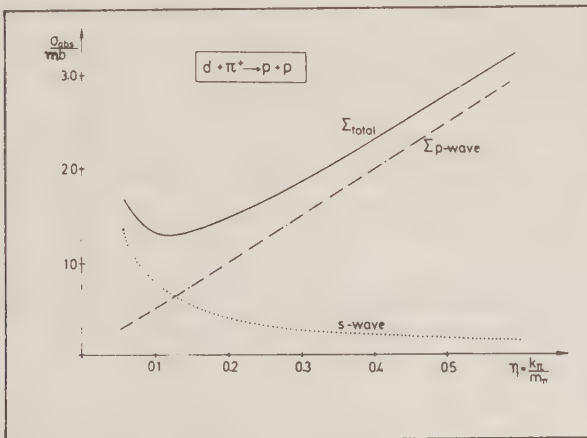


Fig. 25: Das Schwellenverhalten der s- bzw. p-Wellenrück-

Es zeigt sich dort an Hand der Summenkurve deutlich, daß s- und p-Wellenbeiträge in der geforderten Weise interferieren, und somit die prominente Struktur reproduzierbar ist. Das massive Unterschätzen des absoluten Wertes des winkelintegrierten Wirkungsquerschnitts um eine gute Größenordnung findet seine Erklärung wiederum in der kollinearen Näherung, siehe dazu nochmals Figur 24.

Jedoch dürfen wir uns bereits an dieser Stelle den legitimen Schluß erlauben, daß der Ansatz für den Wechselwirkungsoperator, der das ganze Modell repräsentiert, bislang als realistisch zu betrachten ist.

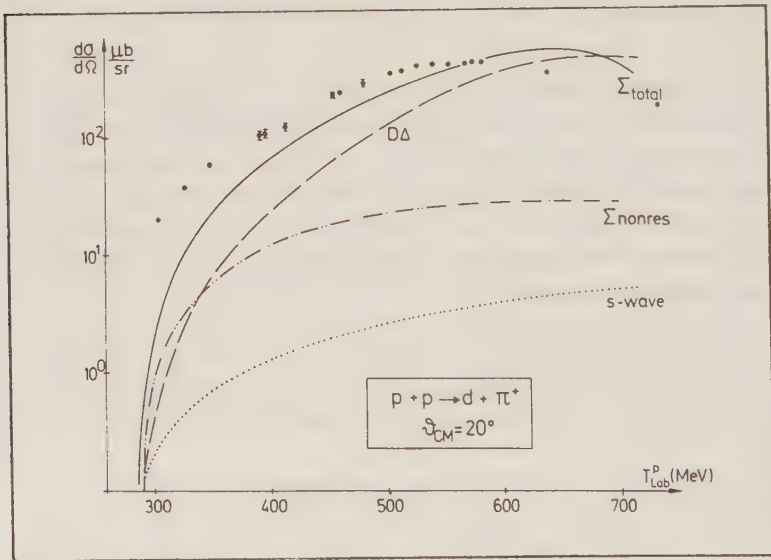


Fig. 26: Die Anregungsfunktion der Reaktion $p + p \rightarrow d + \pi^+$ bei einem Produktionswinkel $\theta_{CM} = 20^\circ$; experimentelle Daten stammen von (Abi 76) und (Hof 82)

Die Abhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnittes von der Einschubenergie T_{lab}^p des Protons ist in Figur 26 dokumentiert. Diese Darstellung repräsentiert die Ergebnisse für einen Produktionswinkel $\vartheta_{CM} = 20^\circ$, da hier die Einflüsse der Kollinearität noch als unbedenklich einzustufen sind. Die Summenkurve beschreibt die experimentellen Ergebnisse von (Abi 76, Hof 82) sowohl im absoluten Wert als auch strukturell erfreulich gut.

Im einzelnen können wir Figur 26 entnehmen, daß sich der direkte Deltaterm wieder einmal als der dominante herausstellt, denn die Summe aller nichtresonanten Prozesse ist nur bis etwa $T_{lab}^p \lesssim 400$ MeV (dies entspricht $\omega_\pi \approx 190$ MeV) mit dem Beitrag des $\Delta\Delta$ -Terms vergleichbar. Wie es dazu kommt, soll im folgenden kurz erläutert werden.

Betrachten wir zunächst die s-Welle, so wird in Figur 26 sofort deutlich, daß diese lediglich einen Prozenteffekt darstellt und nur an der Schwelle, wie bereits ausgeführt wurde, von Bedeutung ist.

Den nächsten Diskussionspunkt stellt in Figur 26 die Summe aus den Beiträgen des direkten und gekreuzten Bornterms dar. Wie aus der in Kapitel (3.1.3), Gleichung (3.54) in Zusammenhang mit Figur 17 geführten allgemeinen Betrachtung belegen auch unsere Resultate, daß bei der Summation der Born-terme die Spin-Isospinflip- ($\alpha = \beta = 0$) wie die Nonflipkanäle ($\alpha = \beta = 1$) keinen Beitrag liefern. Die Teilergebnisse für die gemischten Spin-Isospinkanäle sind in Figur 27 für den gesamten Winkelbereich bei einer Energie von $T_{lab}^p = 345$ MeV aufgeschlüsselt.

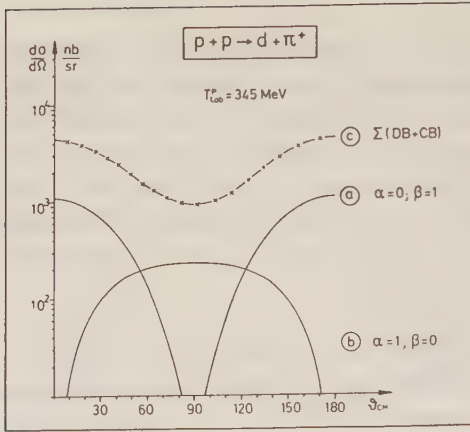


Fig. 27: Winkelabhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts für die relevanten Spin-Isospinkanäle bei der Reaktion $p + p \rightarrow d + \pi^+$

Der Spinnonflipkanal in (a) (Spinflipkanal in (b)) zeigt die bekannte Cosinus- (Sinus-) Abhängigkeit vom Streuwinkel. Die Sinus-Funktion des Spinflipbeitrages ist aufgrund der zusätzlichen Winkelabhängigkeit der Beiträge der Relativfunktion gemäß Gleichung (6.25/6.26) abgeflacht. Da in dem Betrag der Vektorsummen die Cosinus-Funktion eingeht, schlägt sich dieser Effekt natürlich nicht merklich auf den Spinnonflipbeitrag durch. Da der Spinfreiheitsgrad α , wie in Kapitel 6 im Anschluß an Gleichung (6.4) bereits hervorgehoben wurde, als Folge der Kollinearität im differentiellen Wirkungsquerschnitt von Gleichung (6.5) lediglich inkohärent beiträgt, sind in Figur 26 die Kurven (a) und (b) zu addieren und da die Amplituden doppelt auftreten die differentiellen Wirkungsquerschnitte mit vier zu multiplizieren, um den Gesamtbeitrag des direkten und gekreuzten Bornterms zu erhalten. Kehren wir schließlich wieder zu der Anregungsfunktion in Figur 26 zurück, so sehen wir im Zu-

sammenhang mit Figur 27, daß die gesamte Summe aus direktem und gekreuztem Bornterm bei $\vartheta_{CM} = 20^\circ$ fast ausschließlich nur aus einem wesentlichen Kanalbeitrag ($\alpha = 0, \beta = 1$) resultiert. Letztlich bleibt der gekreuzte Deltaterm zur Diskussion der nichtresonanten Prozesse. Dieser ist jedoch aus Isospin-Auswahlregeln verboten; zur Erläuterung dieses Sachverhalts dient Figur 28.

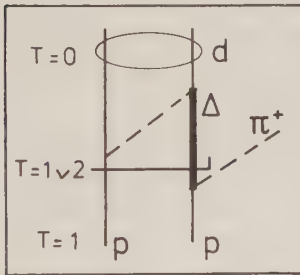


Fig. 28:

Die spezielle Isospin-situation des $C\Delta$ -Terms

Für den Isospin im ΔN -Zwischensystem gilt $T \in \{1, 2\}$ wogegen das Deuteron $T = 0$ hat. Mittels eines skalaren Operators, wie er in Gleichung (3.5) Verwendung findet, ist natürlich kein Übergang $T = 1 \vee 2 \rightarrow T = 0$ möglich, d.h. der $C\Delta$ -Term ist bei der vorliegenden Reaktion verboten.

Somit ist festzuhalten, daß die Summe der ursprünglich vier nichtresonanten Prozesse sich bei der Reaktion $p + p \rightarrow d + \pi^+$ auf lediglich zwei Bruchstücke für die in Figur 26 bei $\vartheta_{CM} = 20^\circ$ gezeigte Anregungsfunktion reduziert:

- i) der Spinonflip-Isospinflip-Kanal ($\alpha = 0, \beta = 1$) bei der Summe aus DB und CB-Term
- ii) der s-Wellen-Beitrag.

Dieses empfindliche Zusammenspiel der Einzelbeiträge aller nichtresonanten Amplituden spiegelt nochmals in eindrucksvoller Weise die dominante Rolle des direkten Δ -Terms wider, dessen Amplituden in den verschiedenen Spin-Isospinkanälen sich mit keinen anderen zu Null addieren.

Rückblickend finden wir in diesen Betrachtungen abermals eine Bestätigung für den Ansatz in der Reaktionstheorie, Kapitel 2.2, Figur 9, und der störungstheoretischen Behandlung der nichtresonanten Terme.

Lenken wir schließlich unser Augenmerk auf den $\Delta\Delta$ -Term, so erkennen wir einen hochenergetischen Schnittpunkt der Kurven die dem $\Delta\Delta$ -Term und der totalen Summe entsprechen. Dieser ist auf einen Vorzeichenwechsel im Energienenner des $\Delta\Delta$ -Anteils in Gleichung (3.18) zurückzuführen, der eintritt, wenn die Relation $\text{Re}(\bar{\mathcal{E}}) = \omega_\pi$ erfüllt ist. Dies ist bei der getroffenen Wahl dieses a priori freien Parameters gemäß Gleichung (3.18) für $\omega_\pi = 300$ MeV der Fall. Dem entsprechenden kinematischen Plot im Anhang A1, Figur (A2) ist zu entnehmen, daß diese Pionenenergie von 300 MeV einer kinetischen Protonlaborenergie von 690 MeV, also dem Schnittpunkt in Figur 26 entspricht.

In diesem Zusammenhang erkennen wir auch, daß eine Shift des Realteils der Closure Energie um nur 30 MeV auf $E_{cl} = 270$ MeV den Schnittpunkt auf $T_{lab}^p = 600$ MeV und somit auch die Summenkurve mehr auf die niederenergetischere Seite verschieben würde, womit die strukturelle Übereinstimmung noch besser wäre. Eine derartige Verschiebung der Resonanzlage von der des freien Deltas, die im allgemeinen auch energieabhängig ist, ist aus der Pionenstreuung (Kli 83) wohlbekannt und verifizierbar. Es erscheint uns jedoch im Rahmen der Closure Approximation, in der diese Einflüsse der ΔN -Dynamik in der komplexen Closure Energie subsummiert sind, wenig sinnvoll, für jede Einschußenergie und jede betrachtete Reaktion den Real- und Imaginärteil der Closure Energie zu variieren. Mit dieser Fitprozedur würde z.B. jegliche Operatorinforma-

tion verwaschen, und somit alles machbar sein; deshalb halten wir an den Parametern des freien Deltas gemäß Gleichung (3.18) fest.

Figur 25 stellt somit den unteren Grenzbereich der Resonanzgegend dar. Untersuchungen aus der Pionstreuung mittels der Closure Approximation (Hup 81) ist zu entnehmen, daß Letztere, die im wesentlichen den Einfachstreuprozeß repräsentiert, eine relativ gute Näherung unter Vorwärtswinkeln, die nebenbei auch der Kollinearität zu Gute kommt, darstellt. Diese Aussage kann auch für die Pionproduktion aufrecht erhalten werden. Dies resultiert aus Rechnungen im bereits eingangs erwähnten D^* -Modell (Hee 84), das die vollständige Dynamik des ΔN -Zwischensystems berücksichtigt. Somit kann geschlossen werden, daß das vorgestellte Ergebnis im Rahmen unseres Ansatzes als gefestigt anzusehen ist.

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß die Wahl wie der Ansatz des Wechselwirkungsoperators realistisch und interpretierbar ist, sodaß die vorliegende Reaktion qualitativ wie quantitativ gut reproduzierbar ist. Unabhängig von der Tatsache, daß in diesem Falle der gekreuzte Delta-Term aus Isospinauswahlgründen verboten ist und von den Born-Termen höchstens zwei beitragen, halten wir auch im folgenden auf Grund der bislang gewonnenen Ergebnisse an dem Operator gemäß Gleichung (3.70) fest, der auf den fünf, in Figur 13 abgebildeten Elementarprozessen basiert.

Ein Minuspunkt läßt sich jedoch nicht von der Hand weisen: im direkten Schwellenbereich fehlt ein nicht unwesentlicher Anteil an Stärke!

In den wesentlichen technischen Näherungen (Closure, Kollinearität) kann dieser Punkt keine Erklärung finden, da bei kleinen Energien und kleinen Winkeln Einfachstreuprozesse dominieren und andererseits die Anregungsfunktion von Figur 27 bei $\theta = 20^\circ$, wo die Einflüsse der Kollinearität noch nicht massiv sind, geplottet wurde.

Da der Formfaktor trivial und die dinukleare Struktur, d.h. die Deuteronwellenfunktion, wie der Gesamtoperator als gesichert zu betrachten sind, bliebe zur Klärung die in der Reaktionstheorie beschriebene, konkret aber unberücksichtigte Distorsion, speziell die des Ausgangskanals.

7.2. Die Reaktion ${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^6\text{Li} (J^\pi) + \pi^+$

Mit diesem Abschnitt wollen wir uns der historisch ersten "echten" pionischen Fusionsreaktion zuwenden. Echt in dem Sinne, daß das Pion im Kern-Kern-Stoß produziert wird. Die Reaktion ${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^6\text{Li} (1^+, 0) + \pi^+$ wurde von Bimbot et al. (Bim 82) erstmals nachgewiesen, siehe auch Figur 7, und die dort folgenden Erläuterungen.

Auch wir werden zunächst unser Hauptinteresse auf die Beschreibung der Fusion in den Grundzustand von ${}^6\text{Li}$ mit $J^\pi = 1^+$ und $T = 0$ legen. Prinzipiell wird selbstverständlich auch diese Reaktion mittels Gleichung (6.5) beschrieben; es bleiben lediglich einige Spezifikationen durchzuführen. Der ${}^3\text{He}$ -Kern ist wie das Proton ein Spin-Isospin-1/2-Teilchen, wobei die einzelnen Nukleonen sich in relativen 0s-Zuständen bewegen, d.h.

$$j_1 = \frac{1}{2} \quad ; \quad t_1 = \frac{1}{2} \quad (7.10)$$

und für die Operatoren: $l_1 = l_2 = 0$

Gemäß Anhang (A9.2), Gleichungen (A9.13a und A9.15) resultiert somit für die Vielteilchenmatrixelemente in Gleichung (6.5), die z.B. in Gleichung (5.4) definiert sind, für die möglichen Spin-Isospinkanäle:

$$\begin{aligned} & m_{fi}(q; l=0, \alpha, \alpha; \beta) = \\ & = \langle \Psi; S_{1/2}^3, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} ||| \sum_{j=1}^3 j_0(q^+) \cdot \\ & \cdot [Y_0(\hat{r}) \times \sigma^\alpha]^\alpha \cdot \tau^\beta ||| \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, S_{1/2}^3; \Psi \rangle \end{aligned} \quad (7.11)$$

α	β	m_{fi}
0	0	$6 \cdot F_5(q)/\sqrt{4\pi}$
0	1	$2 \cdot \sqrt{3} \cdot F_5(q)/\sqrt{4\pi}$
1	0	$2 \cdot \sqrt{3} \cdot F_5(q)/\sqrt{4\pi}$
1	1	$-6 \cdot F_5(q)/\sqrt{4\pi}$

Tab. 7.2: Die reduzierten Matrixelemente pro Spin-Isospin-kanal

Die Berechnung der Zahlenfaktoren, die im wesentlichen reduzierten Spin-Isospin- und Winkelanteil-Matrixelementen entsprechen, ist detailliert in Anhang (A9.2) erläutert.

Für den Grundzustandsformfaktor für ^3He wurde in diesem Falle die Parametrisierung von Sick et al. (SHW 76) gewählt. Diese ist in der Lage, die experimentellen Werte für den Formfaktor in einem Wertebereich von $0 \leq q \leq 4.5 \text{ fm}^{-1}$ hervorragend zu reproduzieren. (Aus programmtechnischen Gründen wurde jedoch auf einen Korrekturterm, mit dem der Vorzeichenwechsel des Formfaktors exakter zu beschreiben ist, verzichtet.)

$$F_5(q) = e^{-a^2 q^2} - (b^2 q^2) \cdot e^{-c^2 q^2} \quad (7.12)$$

$$\begin{aligned} a &= 0.675 \text{ fm} \\ b &= 0.366 \text{ fm} \\ c &= 0.836 \text{ fm} \end{aligned} \quad (7.13)$$

Wie bereits in Kapitel (3.1.1) erläutert wurde, wird auch in diesem Falle wieder der elementare πNN -Vertex mittels des Monopolformfaktors gemäß Gleichung (3.8) mit $\mu_M = 1.4$ GeV modifiziert.

Den fusionierten Kern ${}^6\text{Li}$ im Endzustand beschreiben wir mit einer dinuklearen Konfiguration, bestehend aus den beiden Dreiteilchenclustern des Eingangskanals gebunden durch ein harmonisches Oszillatorpotential. Konkret wird dabei durch den Isospinübergang des emittierenden Fragments der Triton-Kern erzeugt, so daß die dinukleare Struktur, wie nachstehend angegeben, beschrieben wird:

$$|{}^6\text{Li}(J_f, T_f); \pi^+\rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot e^{i\vec{k}_\pi \cdot \vec{R}_{\pi B}} \cdot e^{i\vec{k}'_{ch} \cdot \vec{R}_{ch}} \cdot \sum_{j_{12} M_{12} L_{12}} C_{in L_{12}}^{J_f} \cdot |[[(\frac{1}{2})^+ \times (\frac{1}{2})^+]^{J_{12}} \times \phi_{M_{12} L_{12}}]^{J_f}\rangle \cdot |[\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}]_{M_T}^{T_f}\rangle \cdot \hat{\phi}_{\pi, c \rightarrow t} \quad (7.14)$$

Es ist prinzipiell möglich, verschiedene Kanalspins J_{12} und Relativdrehimpulse L_{12} zum vorgegebenen Gesamtdrehimpuls J_f zu koppeln. Die jeweilige Kopplungsstärke wird durch die Koeffizienten $C_{in L_{12}}^{J_f}$, die i.a. auch vom Isospin abhängen, beschrieben. Die Konfiguration des fusionierten Kerns ${}^6\text{Li}$ ist schließlich durch die kohärente Summe aller dieser spektroskopischen Amplituden im betrachteten Konfigurationsraum gegeben. Ein geeigneter Zugang zu einer derartigen detaillierten Beschreibung des fusionierten Kerns ist z.B. mit dem Schalenmodell möglich.

Tatsächlich wählten wir aus dieser Kopplungsmannigfaltigkeit eine uns wichtig erscheinende Konfiguration aus, womit selbstverständlich die aufwendige Berechnung der spektroskopischen Faktoren entfällt, was der Transparenz im Anfangsstadium der Untersuchung der pionischen Fusion nur zu Gute kommen kann. Somit lautet unser Ansatz für den Endzustand, der aus einem positiv geladenen Pion π^+ , beschrieben durch $\hat{\phi}_{\pi,+}$, und dem ${}^6\text{Li}$ -Kern, der sich im Grundzustand ($J_f^\pi = 1^+$, $T_f = 0$) befinden möge, besteht, wie folgt:

$$\begin{aligned} |{}^6\text{Li}(1^+, 0); \pi^+\rangle &= \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot e^{i\vec{k}_\pi \cdot \vec{R}_{\pi B}} \cdot e^{i\vec{k}'_{\text{cm}} \cdot \vec{R}'_{\text{cm}}} \\ &\cdot \left[\left[\left(\frac{1}{2} \right)^+ \times \left(\frac{1}{2} \right)^+ \right]^{1^+} \times \phi_{1s} \right]^{1^+} \rangle \cdot \\ &\cdot \left[\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right]_0^0 \rangle \cdot \hat{\phi}_{\pi,+} \end{aligned} \quad (7.15)$$

Um einen antisymmetrischen ${}^6\text{Li}$ -Zustand mit $T = 0$ zu konstruieren, bedarf es einer symmetrischen Spin-Ortsfunktion, die aus paritätserhaltenden Gründen nur wie in Gleichung (7.15) lauten kann, d.h. eine $0p$ -Funktion im Ort ist verboten. Da im ${}^6\text{Li}$ bereits die unterste Schale vollbesetzt ist, kann die niedrigste Relativwellenfunktion nur eine mit $N_{12} = 1$ sein, deren explizite Form im Impulsraum nachstehend angegeben ist:

$$\phi_{1s}(q) = \sqrt{\frac{8}{3}} \cdot \frac{1}{\pi^{1/4}} \cdot b^{3/2} \cdot (q^2 b^2 - \frac{3}{2}) \cdot e^{(-\frac{b^2 q^2}{2})} \quad (7.16)$$

Zur Bestimmung des Oszillatorparameters dient der simple Zusammenhang:

$$b^2 = \frac{\hbar}{m \cdot \omega_0} = \frac{\hbar^2 c^2}{m c^2} \cdot \frac{1}{\hbar \omega_0} \quad (7.17)$$

mit dem approximativen Zusammenhang

$$\hbar \omega_0 = 40 \cdot A^{-1/3} \cdot \text{MeV} \quad (7.18)$$

resultiert

$$b = \sqrt[3]{A} \cdot 1.036 \cdot \text{fm} \quad (7.19)$$

für $A = 6$ folgt somit für den explizit Verwendung findenden Oszillatorparameter:

$$b = 1.37 \text{ fm} \quad (7.20)$$

Prinzipiell ist eine d-Wellenbeimischung zu obiger Konfiguration möglich. Wie jedoch z.B. Resonating Group Rechnungen (Mer 84) zeigen, liegt der Beimischungskoeffizient bei ca. 8 %; daher wurde auf die explizite Berücksichtigung verzichtet.

Das produzierte Pion wird mit ebenen Wellen dargestellt. Die Komponente des Isospineinheitsvektors $\hat{\phi}_{\pi,+}$ erzeugt laut der einmal getroffenen Konvention gemäß Anhang A3 das erforderliche positive Pion. Der orbitale Anteil von Gleichung (7.15) wurde bereits im vorangehenden Kapitel ausführlich diskutiert.

Nachdem der Operator aus Gleichung (3.74) unverändert Verwendung findet, bleibt als letzter wesentlicher Input die Spezifikation des Anfangszustandes, der sich in Jacobidarstellung in folgender allgemeiner Form darstellen läßt:

$$|in\rangle = \mathcal{A} \cdot |j_1 t_1\rangle \cdot |j_2 t_2\rangle \cdot |K_2\rangle \quad (7.21)$$

Die hier vorliegende Reaktion weist im Eingangskanal, analog zur vorstehend beschriebenen, abermals identische Fragmente auf. Somit können wir die Argumentation des vorhergehenden Kapitels übernehmen, wobei jedoch nochmals darauf hingewiesen sei, daß diese Antisymmetrisierung nur zwischen den beiden Fragmenten, hier also den ^3He , erfolgt. In Übereinstimmung mit Gleichung (4.5) resultiert somit unter dem Aspekt eines fragmentsymmetrischen Eingangskanals:

$$\begin{aligned}
 |in\rangle &= \sqrt{2} \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot e^{iK_n B_n} \cdot e^{iK_{cm} B_{cm}} \cdot \\
 &\cdot \sum_{j m_1 t m_t} (j_1 m_1 j_2 m_2 | j m) \cdot (t_1 m_{t_1} t_2 m_{t_2} | t m_t) \cdot \\
 &\cdot \left| [j_1 \times j_2]_m^j \right\rangle \cdot \left| [t_1 \times t_2]_{m_t}^t \right\rangle \quad (7.22)
 \end{aligned}$$

Mittels dieser Spezifikationen für den differentiellen Wirkungsquerschnitt gemäß Gleichung (6.5) gewinnen wir somit folgende numerische Ergebnisse. In Figur 30 ist die Winkelabhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts für eine kinetische Laborenergie des ^3He -Projektils von $T_{\text{lab}} = 282 \text{ MeV}$, die auf Grund des relativ hohen Q-Werts dieser Reaktion einer kinetischen Pionenergie im CM-System von $T_{\text{CM}}^{(\pi)} \approx 16 \text{ MeV}$ entspricht, dargestellt.

Das linke Teilbild der Figur 29 zeigt die den fünf berücksichtigten Elementarprozessen entsprechenden differentiellen Wirkungsquerschnitte.

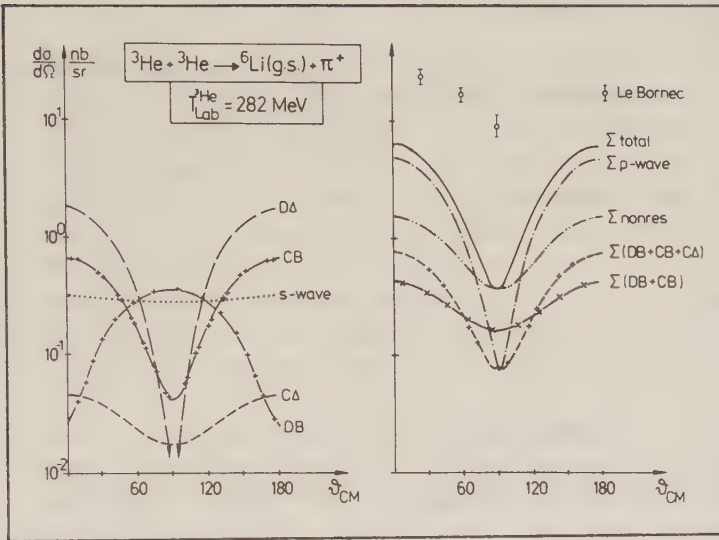


Fig. 29: Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Reaktion ${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^6\text{Li}(\text{g.s.}) + \pi^+$ bei einer Einschubenergie von $T_{\text{Lab}} = 282 \text{ MeV}$. Experimentelle Daten sind (Bor 82) entnommen worden

Betrachten wir zunächst den Beitrag des $D\Delta$ -Terms. Die augenfällige Nullstelle bei $\theta = 90^\circ$ ist wiederum in der kollinearen Näherung begründet, die, wie mittlerweile bekannt ist, zur Folge hat, daß der Spinfreiheitsgrad α im differentiellen Wirkungsquerschnitt diagonal eingeht. Im Spinflipbeitrag ($\alpha = 1$) liefert die Summation über den Isospinfreiheitsgrad β , bedingt durch das negative Vorzeichen im totalen Flipkanal ($\alpha = 1, \beta = 1$, siehe auch Tabelle 7.2), die spezielle Situation, daß dieser ($\alpha = 1$)-Kanal nicht beiträgt. Da sich der $C\Delta$ -Term gemäß Gleichung (6.9) lediglich durch die Phase $(-1)^{\alpha+\beta}$ von dem des direkten Deltas unterscheidet, tritt hier der soeben angesprochene Fall nicht ein, der Spinflipterm trägt somit bei. Vergleichen wir die absoluten Werte von $D\Delta$ bzw. $C\Delta$ untereinander, so zeigt sich bereits bei dieser Schwellenenergie klar der diskriminierende Einfluß des Energienenners des $C\Delta$ -Terms.

Dagegen wird zumindest bei dieser Energie, die Bedeutung der s-Welle deutlich. Die leichte Abweichung von der isotropen Winkelverteilung findet ihre Begründung in der Abhängigkeit des Rückstreuformfaktors $F(Q)$ bzw. der Oszillatorwellenfunktion vom Streuwinkel ϑ , wie sie z.B. in Gleichung (6.25) deutlich wird. Dieser Punkt hat selbstverständlich für alle Elementarprozesse Gültigkeit, jedoch zeigt sich gerade bei der s-Welle sein relativer, energieabhängiger Einfluß. Somit hat man eine Entscheidungshilfe zur Hand, die den Einfluß der Dynamik auf die Struktur der einzelnen Kurven widerspiegelt.

Im linken Teilbild von Figur 29 sind die Elementarprozesse sukzessive aufsummiert worden. Aus den Ausführungen des vorangehenden Kapitels wurde bereits klar, daß die Summe der Bornsterme ($\Sigma (DB + CB)$) lediglich aus Beiträgen der gemischten Spin-Isospinkanäle bestehen kann.

Der nicht unbeträchtliche Einfluß der s-Welle wird nochmals in einem Vergleich der Kurven, die den gesamten Beitrag der nichtresonanten mit dem der Summe aus $(DB + CB + C\Delta)$ deutlich.

Stellen wir dagegen die Summe der nichtresonanten Beiträge mit dem des $D\Delta$ -Terms in Relation, so müssen wir jedoch erkennen, daß die Erwartungen, die an die nichtresonanten Prozesse, vor allem hier im Schwellenbereich, gestellt worden sind, nicht erfüllt werden. Denn auch hier, wie auch im vorangehenden Kapitel müssen wir zur Kenntnis nehmen, daß unser Gesamtergebnis an der Schwelle die experimentellen Ergebnisse von Le Bornec (Bor 81) nahezu um einen Faktor drei unterschätzt.

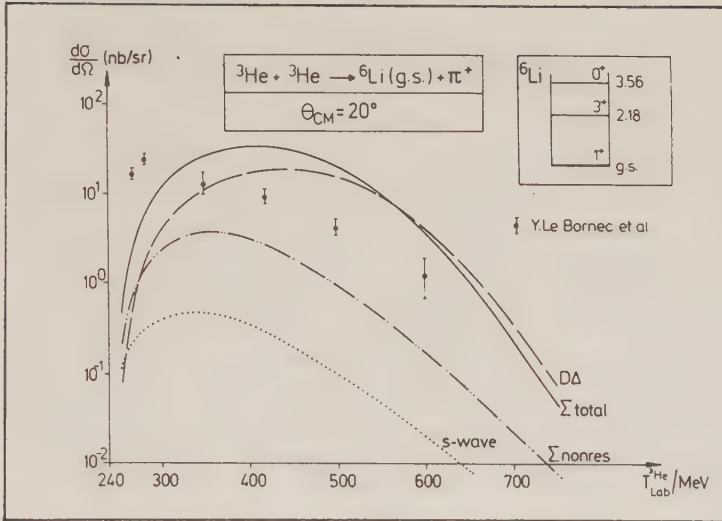


Fig. 30: Die Energieabhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnittes bei $\vartheta_{\text{CM}} = 20^\circ$ für ${}^3\text{He}({}^3\text{He}, \pi^+) {}^6\text{Li}(\text{g.s.})$

In Figur 30 ist die Anregungsfunktion der betrachteten Reaktion in den Grundzustand von ${}^6\text{Li}$ (1^+ , 0) für einen Schwerpunktswinkel von $\vartheta_{\text{CM}} = 20^\circ$ geplottet. Wie bereits ausgeführt wurde, sollten bei diesem Winkel die störenden Einflüsse der kollinearen Näherung noch klein sein. Der dargestellte Energiebereich variiert zwischen der Pionenschwelle und einer Pionenergie von ca. $\omega_{\pi} \approx 350$ MeV, d.h. bis knapp in die Δ -Resonanz hinein.

Wir können der Abbildung entnehmen, daß die Größenordnung, wie die Struktur der experimentellen Daten von Y. Le Bornec (Bor 81) gut reproduzierbar sind. Lenken wir zunächst unser Augenmerk auf die absolute Größe der totalen Summenkurve, so können wir Figur 30 im Vergleich mit Figur 26 entnehmen, daß der Unterschied von rund vier Größenordnungen von den Deuteron zu den ${}^6\text{Li}$ -Fusions-Wirkungsquerschnitten von unserem Modell reproduziert wird. Dies ist damit zu begründen, daß das freie Nukleon mehr Rückstoßimpuls als der Kern ${}^3\text{He}$ akkumulieren kann, was sich im steileren Abfall des ${}^3\text{He}$ -Form-

faktors (Gleichung (7.12)) im relevanten Impulsfester des Integranden der T-Matrix in Gleichung (5.29) niederschlägt, und dadurch zur Unterdrückung des Wirkungsquerschnittes führt.

Wie bereits im Zusammenhang mit der vorangehenden Diskussion deutlich wurde, unterschätzen wir jedoch vor allem im Schwellenbereich, trotz Inkorporation nichtresonanter Effekte, das Experiment. Im Weiteren spiegelt sich im hochenergetischen Bereich die dominante Rolle des $D\Delta$ -Terms wider. Werden die der totalen Summe bzw. dem $D\Delta$ -Term entsprechenden Kurven in Relation gestellt, wird zwar deutlich, daß die nichtresonanten Prozesse einen gewissen Anteil der fehlenden Stärke liefern, die Fusionsreaktion aber offensichtlich auf weitere Prozesse sensitiv ist. Diese Aussage ist auch weitgehenst von den Modellparameter unabhängig! Zum Beleg dieser Behauptung dient Figur 31:

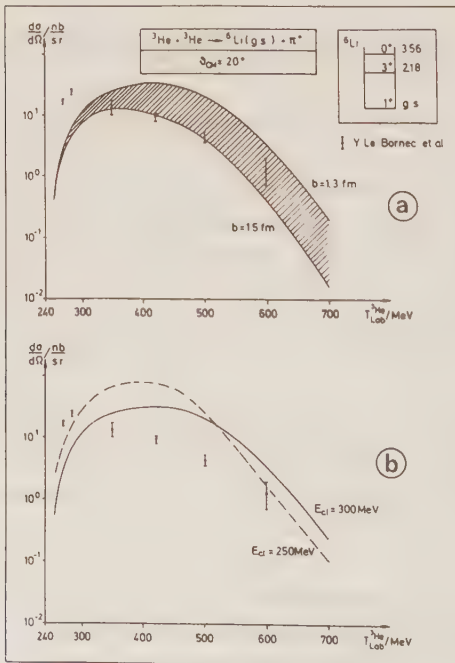


Fig. 31:
Die Anregungs-
funktion in Ab-
hängigkeit der
Modellparameter
a) Oszillator-
parameter
b) Realteil der
Closureenergie

Hier ist die Energieabhängigkeit der totalen Summenkurve bei $\vartheta_{CM} = 20^\circ$ für verschiedene Oszillatorparameter in der 1s-Funktion in Figur 31a bzw. Realteile der Closure Energie E_{c1} in Figur 31b gezeigt. In letzterem spiegelt sich die Analytizität unseres gesamten Wirkungsquerschnitts wider, denn wollten wir durch Variation des Realteils von $\bar{E}$ versuchen, die Daten im Schwellenbereich besser zu reproduzieren, so muß dafür mit einer Überschätzung bei höheren Energien bezahlt werden. Andererseits suggeriert diese Figur 31b einen energieabhängigen Realteil der Closure Energie, derart, daß dieser Realteil mit der Einschub- bzw. Pionenergie anwächst. Da ein so gewählter Weg nichts anderes als eine Fitprozedur darstellt, wurde darauf verzichtet, und somit eine gewisse Unflexibilität in der Struktur der Kurven bewußt in Kauf genommen. Ergänzend sei darauf hingewiesen, daß von der Variation der Closure Energie die Born-Terme, wie die s-Welle unbehelligt bleiben. Um eine Vergleichsmöglichkeit mit Teilbild a zu gewährleisten, wurde in Bild b der Oszillatorparameter $b = 1.30$ fm verwendet.

Figur 31 a zeigt den Einfluß des Oszillatorparameters der Radialwellenfunktion gemäß Gleichung (7.16) auf die Anregungsfunktion bei einem Realteil der Closure Energie von $E_{c1} = 300$ MeV. Wie zu erwarten ist, fällt die Ausbeute mit steigendem Parameter b , da im Impulsraum die Wellenfunktion für große b schneller abfällt, als für kleine. Damit wird für große b auch der Beitrag im Impulsfenster des impulsabhängigen Integranden und somit auch der differentielle Wirkungsquerschnitt kleiner. Für kleine Energien, d.h. vor allem für kleine Beträge von $\underline{K}_{12}$ bzw. $\underline{k}_\pi$ ist dieses Impulsfenster natürlich auch bei kleinen Impulsen q plaziert. Auf kleine Impulsüberträge q ist jedoch die Wellenfunktion gemäß Gleichung (7.16) noch nicht sensitiv, sodaß sich im Schwellenbereich von Figur 31a nahezu kein Unterschied bei der Verwendung verschiedener Oszillatorparameter zeigt.

Schließlich soll der Einfluß der beiden restlichen Parameter auf den Schwellenbereich kurz angesprochen werden. Prinzipiell zeigte sich, daß Größe wie Struktur der Anregungskurven nahezu unabhängig von den Cutoff-Parametern $\mathcal{L}$ gemäß Gleichung (3.8) sind. Weiterhin ist die Closure Breite $\mathcal{A}$ a priori auch frei wählbar, jedoch an der Schwelle in jedem Falle nahezu Null, was zur Folge hat, daß auch eine Parametrisierung bzw. Faktorisierung keinen Einfluß auf die absolute Größe im Schwellenbereich nehmen kann.

Es bleibt also festzuhalten, daß eine Variation der Modellparameter zwar den hochenergetischen Bereich der Anregungsfunktion in Figur 30 zu beeinflussen vermag, aber nicht den der Pionschwelle, sodaß unsere Vorhersagen gerade hier als manifestiert zu betrachten sind, und es zu quantitativ besseren Vorhersagen die Aufgabe der Plane Wave und kollinearen Approximation bedarf.

An dieser Stelle sei auch einmal ein Vergleich mit einem konzeptionell gänzlich verschiedenen Zugang zur Beschreibung dieser Reaktion gestattet. Dieses semiphänomenologische Modell von J.F. Germond und C. Wilkin (GEW 81, 83) wurde bereits in Kapitel 1.4 kurz angesprochen. Wesentlichster Bestandteil ist hier die experimentelle Amplitude der Reaktion ${}^3\text{He} (p, \pi^+) {}^4\text{He}$. Mittels eines derartigen Zugangs sind natürlich auch direkt, wenn auch in unbekanntem Ausmaß, in der Reaktion ${}^3\text{He} ({}^3\text{He}, \pi^+) {}^6\text{Li}$ nichtresonante, wie Distorsionseffekte berücksichtigt, d. h. der Wechselwirkungsoperator ist in gewisser Weise parametrisiert worden. Jedoch beschreiben die Autoren die Ein- wie Ausgangskanalwellenfunktionen mit ebenen Wellen. Einen Großteil der Diskussion schenken sie auch dem Punkt, ob zur Beschreibung des Ortsanteils des Zwei-Cluster-Systems im Ausgangskanals Oszillator- oder Wood-Saxon-Wellenfunktionen vorteilhafter sind. Wie jedoch der letzten Arbeit (GEW 83), insbesondere dort Figur 7 und 8 zu entnehmen ist, zeigt sich vor allem im Schwellenbereich

kein quantitativer Vorzug eines dieser Potentiale. Dieser Punkt wird auch von den Autoren als eines ihrer größten Probleme gewertet. Deshalb werden in Figur 32 einmal unsere Ergebnisse mit denen von Germond und Wilkin (in der Wood-Saxon-Basis) verglichen.

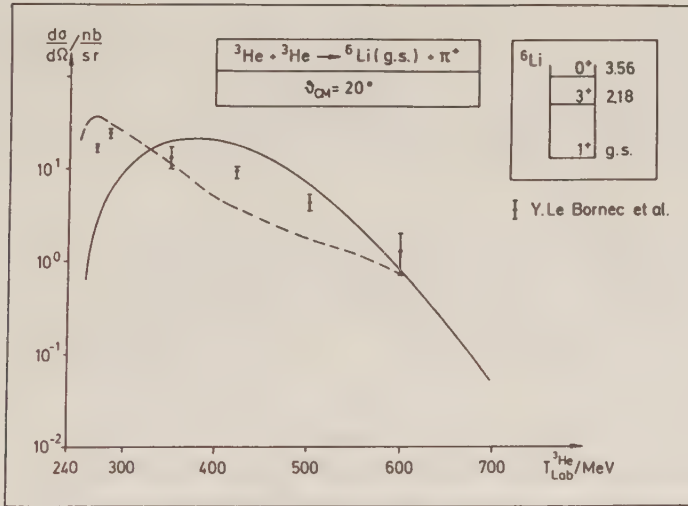


Fig. 32: Die Ergebnisse für die Anregungsfunktion der vorliegenden Arbeit (—) in Relation zum semi-phänomenologischen Ansatz von J.F. Germond und C. Wilkin (GEW 83) (-----)

Auf eine Wertung der quantitativen Differenzen der beiden Modelle zu den experimentellen Daten soll verzichtet werden.

Der Vergleich erweckt jedoch den Anschein, daß die distordierenden Effekte, die bei Germond und Wilkins durch Verwendung experimenteller Amplituden weitgehend berücksichtigt sind, einen gewissen Anteil an fehlender Stärke liefert.

Nun wollen wir wieder zu den Ergebnissen unserer Modellrechnung zurückkehren. Dazu seien in Figur 33 die Resultate der Anregungsfunktion der pionischen Fusion in den ersten angeregten Zustand von ${}^6\text{Li}$ (3^+ , 0) präsentiert.

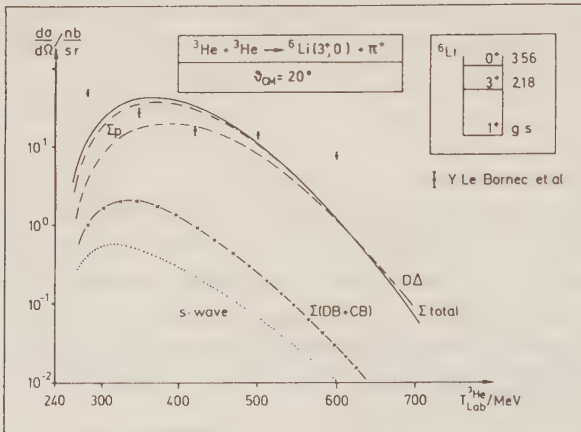


Fig. 33: Die Energieabhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts bei $\theta_{\text{CM}} = 20^\circ$ für ${}^3\text{He}({}^3\text{He}, \pi^+) {}^6\text{Li}(3^+, 0)$ bei einer Anregungsenergie von $E_{\text{ex}} = 2.18$ MeV

Die Ergebnisse wurden mit den gleichen Ingredienzien, wie sie zur Beschreibung des Grundzustandes Eingang fanden, gewonnen, lediglich mit der Ausnahme, daß für die Relativwellenfunktion des dinuklearen Endzustandes gemäß Gleichung (7.14) eine 0d-Oszillatorwellenfunktion Berücksichtigung finden muß:

$$\phi_{0d}(q) = \sqrt{\frac{2}{5}} \sqrt{\frac{8}{3}} \cdot \frac{1}{\pi^{1/4}} \cdot b^{3/2} \cdot (b^2 q^2) \cdot e^{-\frac{b^2 q^2}{2}} \quad (7.23)$$

wobei der Oszillatorparameter mit Gleichung (7.20) gegeben ist.

Der Gesamteindruck von Figur 33 entspricht im weitgehendsten Maße dem der Figur 30, worin die Ergebnisse der Fusion in den Grundzustand geplottet wurden. Der etwas erhöhte absolute Wert des differentiellen Wirkungsquerschnitts des 3^+ -Zustandes relativ zum 1^+ -Grundzustand wird verifiziert. Jedoch fehlt auch hier im Schwellenbereich rund ein Faktor fünf an Stärke. Im Gegensatz zum Grundzustand fällt in Figur 33 die totale Summenkurve im hochenergetischen Bereich, der dem unteren Rand der Δ -Resonanz entspricht, relativ zum Experiment zu schnell ab. Der Ursprung dafür ist jedoch beim Experiment selbst zu finden. Während im Falle des Grundzustandes (Figur 30) die Daten im groben Mittel noch mit rund 40 pb/(sr·MeV) exponentiell abklingen, ist der Trend beim ersten angeregten 3^+ -Zustand mit ca. 14 pb/(sr·MeV) wesentlich schwächer. Dieser Effekt kann nun im Rahmen unserer Beschreibung weder durch den Oszillatorparameter noch durch die Wellenfunktion des dinuklearen Zustands selbst simuliert werden. Da wir uns momentan am unteren Rand der Δ -Resonanz befinden ist der Integrand in Gleichung (6.5) auch auf höhere Impulskomponenten sensitiv, wo sich jedoch die $1s$ - (1^+) von der $0d$ - (3^+) Oszillatorfunktion nur noch unwesentlich unterscheidet.

Andererseits ist aus der Diskussion in Zusammenhang mit Figur 32a zwar klar geworden, daß im hier betrachteten Fall des 3^+ -Zustandes ein kleinerer Oszillatorparameter wohl von Nutzen sein könnte. Jedoch würde ein derartig willkürliches Vorgehen die Größe b zu einem reinen Fitparameter degradieren, was aber nicht unser Anliegen ist.

Erinnert man sich dagegen an Erfahrungen, die aus der Pion-Kern-Physik gewonnen wurden, so erscheint die oben beschriebene experimentelle Signatur in einem bekannten Bild, denn für jeden Zustand, und ist er nur wenige MeV vom anderen energetisch distanziert, ist a priori ein gänzlich anderes Anregungsspektrum des Zwischensystems, d.h. des Δ ($A - 1$) Baryonensystems, zugrunde zu legen (Kli 83). Wie sich im Rahmen von entsprechenden Modellstudien zeigte (Hup 81), ist eine einmal gewählte bzw. sogar gefittete Closure-Energie nur schlecht in der Lage, die unterschiedliche Propagation des Zwischensystems zu parametrisieren.

Unter diesem Aspekt sollte klar sein, daß der zu schnelle Abfall der totalen Summenkurve in Figur 33, die natürlich im hochenergetischen Bereich durch den $D\Delta$ -Term dominiert wird, auf Kosten der Closure Approximation geht.

Zum Abschluß der Diskussion ist in Figur 33 einmal zusätzlich die Kurve, die der Summe aller p-Wellenamplituden entspricht mit aufgenommen worden, um die relative Bedeutung der s-Welle über einen größeren Energiebereich zu dokumentieren. Die Erkenntnis die hieraus gewonnen werden kann ist die, daß abgesehen vom direkten Schwellenbereich der Einfluß der s-Welle unerheblich ist, und eigentlich vernachlässigbar ist.

7.7. Die Reaktion ${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Li} (J^\pi) + \pi^+$

Auch diese Reaktion wurde am aufgestockten Synchrocyclotron in Orsay von Y. le Bornec, L. Bimbot et al. (Bim 82) initiiert und gemessen. Wie bei der vorangehenden Reaktion resultierten auch hier differentielle Wirkungsquerschnitte von einigen 10 nb/sr an der Schwelle. Bis zum heutigen Tag sind jedoch nur zwei Einschüßenergien vermessen, sodaß hier, um aus dem weiteren Verlauf der Anregungsfunktion zusätzliche Information zu gewinnen, ergänzende Messungen erforderlich sind. Wie Figur 34 zu entnehmen ist, kämpfen jedoch die Experimentatoren bei der vorliegenden Reaktion mit einer zusätzlichen Schwierigkeit, die sich darin äußert, daß der Grundzustand von ${}^7\text{Li}$ ($J^\pi = 3/2^-$, $T = 1/2$) und der erste angeregte Zustand bei 478 keV ($J^\pi = 1/2^-$, $T = 1/2$) bislang nicht zu separieren sind.

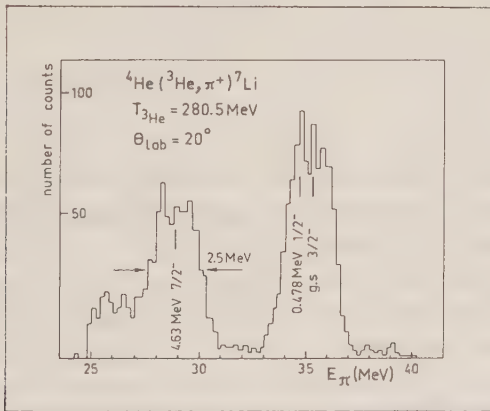


Fig. 34: Das experimentelle Spektrum der Pionen bei $\theta_{\text{lab}} = 20^\circ$ für die Reaktion ${}^4\text{He} ({}^3\text{He}, \pi^+) {}^7\text{Li}$ bei $E_{{}^3\text{He}}^{\text{Lab}} = 280.5$ MeV

Dies hat natürlich zur Folge, daß zwei inkohärent überlagerte Wirkungsquerschnitte gemessen werden, und somit auch immer diese beiden Zustände zu berechnen und, für den Vergleich mit dem Experiment, zusätzlich zu addieren sind.

Aufgrund der überschaubaren Struktur, vor allem des α -Fragments, lassen sich an dieser Reaktion sehr klare Modellstudien betreiben. Bevor wir dazu übergehen können, sind jedoch zunächst wieder die erforderlichen Bestandteile von Gleichung (6.5) zu klären.

Die ^3He spezifischen Daten entnehmen wir natürlich wieder dem vorangehenden Kapitel, vor allem den Gleichungen (7.10) bis (7.11), und den dort anschließenden Ausführungen bezüglich der Vertexkorrektur.

Das α -Teilchen hat die Quantenzahlen $J^\pi = 0^+$, $T = 0$, wobei die einzelnen Nukleonen im relativen $0s$ -Zustand sitzen, d.h.

$$j_2 = 0 \quad ; \quad t_2 = 0 \quad ; \quad l_1 = l_2 = 0 \quad (7.24)$$

In unserem speziellen Modell der pionischen Fusion baut sich der fusionierte Kern im Endzustand aus der Fragmentation des Eingangskanals auf, d.h. insbesondere, daß die Baryonenzahl pro Cluster erhalten ist. Aus diesem Grunde, und aus der Tatsache, daß der Grundzustand des α -Teilchens der einzige gebundene Zustand des 4-er-Systems ist, ist ein Isospinflipübergang verboten. Unter diesem Aspekt natürlich auch der Spinflipübergang für den Allgemein bei $J^\pi = 0^+$ -Objekten gilt:

$$\langle 0^+ | \sigma | 0^+ \rangle = 0$$

Somit läßt sich also festhalten, daß alle Flipsterme und deren Kombinationen nicht beitragen:

$$\langle 0^+, 0 | \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \tau \\ \sigma \cdot \tau \end{matrix} \right\} | 0^+, 0 \rangle = 0 \quad (7.25)$$

Der gesamte Rückstreuoprozeß im Fragment ${}^4\text{He}$ läuft lediglich über die Spin-Isospinonflipamplitude, d.h. $\alpha = \beta = 0$.

Ebenso findet die Tatsache, daß hier keine Targetemission (${}^4\text{He}$) beiträgt, in demselben Punkt ihre Begründung, da der Pionproduktionsvertex den Operator $\underline{\sigma} \cdot \underline{\tau}$ verlangt.

Damit reduziert sich die Menge der Vielteilchenmatrixelemente gemäß Anhang A9.3, Gleichung (A9.17) auf:

$$w_{fi}(q; 0, 0, 0; 0) = 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \cdot f_s^{4\text{He}}(q) \quad (7.26)$$

Der Formfaktor für ${}^4\text{He}$ wurde ebenfalls der Arbeit von Sick et al. (SHW 76) entnommen.

$$f_s^{4\text{He}}(q) = (1 - (a^2 q^2)^6) \cdot e^{-b^2 q^2} \quad (7.27)$$

$$a = 0.316 \text{ fm} \quad b = 0.675 \text{ fm} \quad (7.28)$$

Diese Parametrisierung ist ebenfalls, wie die für den ${}^3\text{He}$ -Kern in der Lage, die experimentellen Daten in exzellenter Weise zu reproduzieren. Auch dieser Formfaktor wird an jedem

Vertex in der bekannten Art mittels eines Monopolformfaktors ($\mathcal{L}_M = 1.4 \text{ GeV}$) korrigiert.

Die dinukleare Konfiguration des fusionierten ${}^7\text{Li}$ -Kerns beschreiben wir in voller Analogie zum vorangehenden Fall des ${}^6\text{Li}$. In weitgehendster Anlehnung an die der Gleichung (7.14) folgenden Diskussion beschreiben wir den Kernendzustand lediglich durch eine, uns wichtig erscheinende Konfiguration:

$$\begin{aligned}
 |{}^7\text{Li}(J_f, T_f); \pi^+\rangle &= \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}_{\pi B}} \cdot e^{i\vec{k}' \cdot \vec{R}_{\pi C}} \cdot \\
 &\cdot \left| \left[\left[\left(\frac{1}{2} \right)^+ \times (0)^+ \right] \overset{J_{12}}{J_{12}} \times \phi_{N_{12} L_{12}} \right] \overset{J_f}{J_f} \right\rangle \cdot \\
 &\cdot \left| \left[\frac{1}{2} \times 0 \right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \right\rangle \cdot \hat{\phi}_{\pi, +} \quad (7.29)
 \end{aligned}$$

Als bindende Relativwellenfunktion wurde ebenfalls wieder eine Oszillatorwellenfunktion gewählt. Da der Kanalspin in jedem Falle $J_{12} = 1/2^+$ und der Gesamtdrehimpuls des fusionierten Kerns $J_f = 3/2^-$ bzw. $1/2^-$ ist, bleibt als einzige paritäts-erlaubte Wellenfunktion eine mit $N_{12} = 1$ und $L_{12} = 1^-$, die im Impulsraum gegeben ist durch:

$$\phi_{1p}(q) = \sqrt{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt{\frac{8}{3}} \cdot \frac{1}{\pi^{1/4}} \cdot b^{3/2} \cdot (q \cdot b) \cdot (q^2 b^2 - 5/2) \cdot e^{(-\frac{q^2 b^2}{2})} \quad (7.30)$$

Die Bestimmung des Oszillatorparameters b mit Gleichung (7.15) liefert für das $A = 7$ System

$$b = 1.5 \text{ fm} \quad (7.31)$$

Im vorliegenden Fall läßt sich die Güte dieser etwas groben Abschätzung über das Quadrupolmoment überprüfen:

$$Q = \langle J, M=J | \hat{Q}_{20} | J, M=J \rangle \quad (7.32)$$

$$\hat{Q}_{20} = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \cdot R^2 \cdot Y_{20}(\hat{R}) \quad (7.33)$$

Der experimentell gefundene Wert des Quadrupolmoments für ${}^7\text{Li}$ ist (Ajz 74)

$$Q_{\text{exp}} = - 36.6 \text{ mb} \quad (7.34)$$

für eine 1p-Oszillatorwellenfunktion ergibt sich aus Gleichung (7.32)

$$Q = - b^2 \cdot 1.8$$

also

$$b = 1.43 \text{ fm} \quad (7.35)$$

dieses Ergebnis ist in zufriedenstellender Übereinstimmung mit dem Ergebnis von Gleichung (7.31), welches dann auch in der konkreten Rechnung berücksichtigt wurde. Das produzierte Pion wird, wie bei allen vorangehenden Reaktionen, mit ebenen Wellen dargestellt. Für den orbitalen Anteil haben die gleichen Bemerkungen Gültigkeit, wie in den vorangegangenen Kapiteln.

Letztlich bleibt noch die Spezifikation des Eingangskanals, die jedoch keine prinzipiellen Schwierigkeiten aufwirft. Da wir auf eine Antisymmetrisierung zwischen Nukleonen der verschiedenen Cluster momentan noch verzichten müssen und die Fragmente des

Anfangszustandes nicht identisch sind, beschreiben wir diesen Kanal direkt durch Gleichung (4.5):

$$|in\rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot e^{iK_{12} \cdot R_{12}} \cdot e^{iK_{CM} \cdot R_{CM}} \cdot \sum_{j_m} (j_1 m_1 j_2 m_2 | j m) \cdot |[j_1 \times j_2]_m^j \rangle \cdot \sum_{t_m} (t_1 m_{t_1} t_2 m_{t_2} | t m_t) \cdot |[t_1 \times t_2]_{m_t}^t \rangle \quad (7.36)$$

Aus Gründen, die später sofort klar werden, stellen wir in Figur 35 zunächst unsere Ergebnisse für die Energieabhängigkeit dieser Reaktion vor.

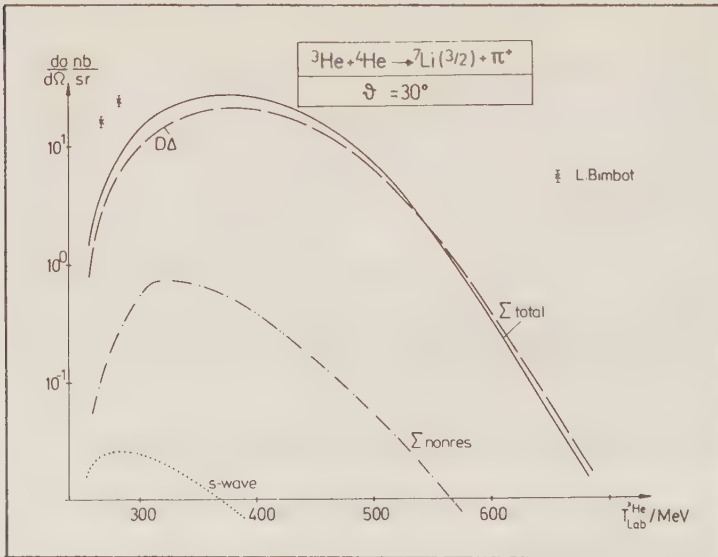


Fig. 35: Die Energieabhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnittes bei $\vartheta_{CM} = 30^\circ$ für ${}^3\text{He}({}^4\text{He}, \pi^+){}^7\text{Li}(3/2^-)$

In obiger Abbildung ist aus Gründen der größeren Transparenz nur der Beitrag für den Grundzustand von ${}^7\text{Li}$ ($J^\pi = 3/2^-$) geplottet. Wenden wir uns zunächst den Einzelbeiträgen zu, so wird deutlich, daß der $D\Delta$ -Term die gesamte Reaktion über den vollen Energiebereich dominiert. Dieser signifikante Unterschied zu den vorangehenden Reaktionen läßt sich jedoch schnell klären, wenn berücksichtigt wird, daß nur Spin-Iso-spin-Nonfliprückstreuung möglich ist.

Erinnern wir uns an den s-Wellenoperator, siehe Gleichung (3.55) bzw. an die dort relevanten Kopplungskonstanten, so ist den Gleichungen (3.56.1/2) zu entnehmen, daß der Isospinnonflipkanal (λ_1) um rund eine Größenordnung gegenüber dem verbotenen Flipkanal unterdrückt ist, was sich selbstverständlich direkt im entsprechenden Einzelbeitrag in Figur 35 niederschlägt.

Von den Borntermen ist bereits aus der Diskussion in Kapitel (3.1.3) bzw. (7.1) bekannt, daß bei der Summation derselben nur die gemischten Kanäle d.h. $\alpha = 1$, $\beta = 0$ und umgekehrt beitragen; diese sind aber verboten. Somit addieren sich die Bornterme in ihrer Gesamtheit zu Null.

Daher besteht in diesem Falle die Summe der nichtresonanten Beiträge lediglich aus dem $C\Delta$ -Term, der stark mit der Energie unterdrückt wird, und der bereits diskutierten s-Welle. In diesen Punkten findet die dominierende Rolle des $D\Delta$ -Terms ihre Begründung.

In Figur 36 ist jeweils die totale Summenkurve für den Grundzustand ($3/2^-$) geplottet und schließlich inkohärent addiert worden. Da sich der ($1/2^-$)-Zustand lediglich durch statistische Faktoren vom Grundzustand unterscheidet, behalten alle soeben dargelegten Details bezüglich des Grundzustandes ihre Gültigkeit für den ($1/2^-$)-Zustand

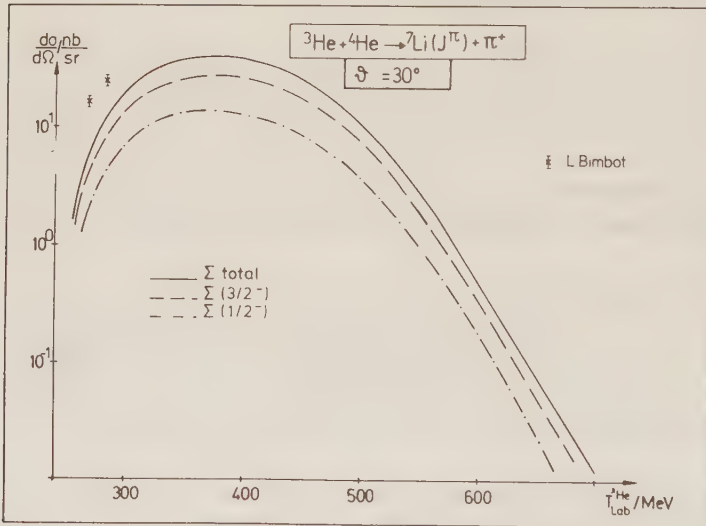


Fig. 36: Das Gesamtergebnis der Anregungsfunktion bestehend aus dem Grundzustand (—) und dem ersten angeregten Zustand (- - -) von ${}^7\text{Li}$

Hier zeigt sich wieder die mittlerweile bekannte Tendenz, daß das Experiment im Schwellenbereich unterschätzt wird. Sollte hier der Trend der noch zu vermessenden Punkte ähnlich geartet sein, wie im Falle des ${}^6\text{Li}$, siehe auch Figur 30, wurde die totale Summenkurve über diesen Punkten liegen.

Wie bereits erläutert wurde, wird diese Reaktion über den gesamten Energiebereich vom direkten Δ -Term dominiert. Diese Tatsache nahmen wir uns zum Anlaß, den Einfluß der kollinearen Näherung eingehend zu untersuchen; dazu sind einige Vorbemerkungen nötig.

In Kapitel 5 wurde die Ursache für die Notwendigkeit der Kollinearität schon eingehend diskutiert. Ein wesentlicher Grund war die Umgehung der numerischen Auswertung der Orts-Impulsraumintegrale, die bei vollständiger Entwicklung aller ebenen Wellen schlußendlich fünf bzw. sechs jeweils beliebige Besselfunktionen beinhaltet hätten. Dieser Punkt stellt an das Integrationsverfahren, vor allem bei der Berechnung von Anregungsfunktionen, höchste Ansprüche, da dieses Produkt, insbesondere bei höheren Energien, schnell und nahezu unkontrollierbar oszilliert.

Zugunsten einer größeren Transparenz wurde im momentanen Anfangsstadium der pionischen Fusion zur Untersuchung des Einflusses der kollinearen Näherung folgender Weg eingeschlagen:

Es wird darauf verzichtet, die internen Fragmentfunktionen des Operators gemäß Gleichung (3.74) zu entwickeln. Dies hat zur Folge, daß die im Anhang A4 vorgestellte Rechnung gegenstandslos wird. Die ebenen Wellen $\exp(-iqv_1(\xi))$ bzw. $\exp(i(\underline{q}-\underline{k}')v_3(\eta))$ dienen der Fouriertransformation der Ortsraumdichte, woraus lediglich Formfaktoren und reduzierte Matrixelemente resultieren; z.B. für die Pionproduktion im ${}^3\text{He}$:

$$\begin{aligned} \langle (\frac{1}{2})^3, (\frac{1}{2}) \rangle \parallel \sum_{i \in R_1} e^{-i q \cdot r_i(s)} \cdot \underline{S}_i \cdot \underline{\tau}_i \parallel (\frac{1}{2})^3, (\frac{1}{2}) \rangle \\ = 6 \cdot F^{3He}(q) \end{aligned} \quad (7.37)$$

wobei für den ^3He -Formfaktor, wie für das ^4He , wiederum die Sick'sche Parametrisierung (SHW 76) gewählt wurde. Der für den ^4He -Formfaktor relevante Impulsübertrag ist betragsmäßig gegeben durch $|\underline{Q}| = |\underline{q} - \underline{k}_\pi|$.

Die Relativwellenfunktion des dinuklearen Endzustandes wird vollkommen analog zur vorgehenden Betrachtung durch eine Oszillatorwellenfunktion, speziell mit einer $1p$ und Oszillatorparameter $b = 1.5 \text{ fm}$, beschrieben. Alle eingangs zusammengestellten Details bzgl. Wellenfunktion in den asymptotischen Kanälen etc. behalten selbstverständlich ihre Gültigkeit.

Der entscheidende Unterschied zu dem bislang beschrittenen Rechenweg zeichnet sich konkret dadurch aus, daß der orbitale Anteil der Relativbewegung nach Partialwellen entwickelt wurde. Schematisch liegt im einzig möglichen Fall der Projektilemission nachstehender Sachverhalt vor:

$$m_{rel} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3 R_{12} \cdot \Phi_{N_{12}}^*(R_{12}) \cdot e^{i \alpha_{12}(\underline{k}_{12} \cdot \underline{q} + \beta_P \cdot \underline{k}_\pi) \cdot R_{12}} \quad (7.38)$$

$$\begin{aligned} m_{rel} = \frac{(4\pi)^3}{(2\pi)^{3/2}} \cdot \sum_{\ell_r m_{\ell_r}} \sum_{\ell_q m_q} \sum_{\ell_\pi m_\pi} i^{\ell_r - \ell_q + \ell_\pi} \cdot (-1)^{M_{L_{12}}} \cdot \\ \cdot Y_{\ell_r, m_{\ell_r}}(\hat{R}_{12}) \cdot Y_{\ell_q, m_q}(\hat{q}) \cdot Y_{\ell_\pi, m_\pi}(\hat{k}_\pi) \cdot \\ \cdot \int d R_{12} \cdot R_{12}^2 \cdot f_{N_{12} L_{12}}(R_{12}) \cdot j_{\ell_r}(k_{12} R_{12}) \cdot j_{\ell_q}(q \cdot R_{12}) \cdot j_{\ell_\pi}(\beta k_\pi \cdot R_{12}) \cdot \\ \cdot \int d \underline{x}_{R_{12}} \cdot Y_{\ell_{12}, -M_{L_{12}}}(\hat{R}_{12}) \cdot Y_{\ell_r, m_{\ell_r}}^*(\hat{R}_{12}) \cdot Y_{\ell_q, m_q}^*(\hat{R}_{12}) \cdot Y_{\ell_\pi, m_\pi}(\hat{R}_{12}) \end{aligned}$$

Dieses Matricelement ist nun nach allen Regeln der Kunst (z.B. Edm 57) auszuwerten. Dazu extrahiert man zunächst dem Raumwinkelintegral über $d\Omega_R$ die erforderlichen Drehimpulskopplungen. Da der Operator selbstverständlich die Struktur wie in Gleichung (3.28) aufzeigt, d.h. weiterhin q -abhängig ist, wird dieser Winkelanteil mit der Kugelflächenfunktion $Y(\hat{q})$ aus Gleichung (7.39) verkoppelt, was im Wesentlichen wieder auf ein Produkt aus $3j$ -Symbolen hinausläuft.

Ähnlich wird mit der Abhängigkeit des Pionimpulses des Operators und Gleichung (7.39) verfahren. In der bisherigen Betrachtung war für das auslaufende Pion beim $D\Delta$ -Term nur $l = 1 = p$ möglich. Durch die soeben beschriebene Kopplungsmöglichkeit wird diese strikte Beschränkung aufgeweicht, es sind höhere Drehimpulse für das auslaufende Pion realisierbar, was selbstverständlich schlußendlich mit einer veränderten Winkelstruktur einhergeht.

In dem Ortsraumintegral dR_{12} zeigt sich die bereits umrissene Problematik. Es tritt ein Produkt aus drei Besselfunktionen auf, wovon die Parameter K_{12} und l_r bzw. k_π und l_π durch die Asymptotik bestimmt sind. Dagegen resultiert der Drehimpuls l_q aus Kopplungsvorgaben und der Betrag q ist seinerseits eine Integrationsvariable. Somit ist für jeden vorgegebenen Wert von q das Radialintegral aus Gleichung (7.39), wobei $f_{N_{12}L_{12}}(R_{12})$ die Oszillatorwellenfunktion des dinuklearen Endzustands ist, zu berechnen.

Geometriefaktoren, Kinematik etc, werden in derselben Art und Weise wie bislang in Rechnung gestellt.

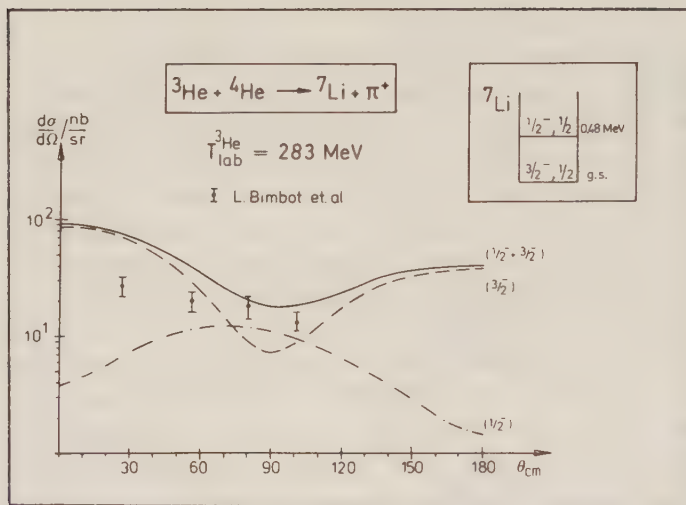


Fig. 37: Der differentielle Wirkungsquerschnitt des $D\Delta$ -Terms für ${}^4\text{He}({}^3\text{He}, \pi^+){}^7\text{Li}(3/2^- + 1/2^-)$ für $T_{\text{Lab}} = 283 \text{ MeV}$ nach Aufgabe der Kollinearität

Als ein Resultat einer derartigen nichtkollinearen Betrachtungsweise ist in Figur 37 der differentielle Wirkungsquerschnitt für eine Laborenergie von $T_{\text{lab}} = 283 \text{ MeV}$ exemplarisch aufgezeigt. Selbstverständlich sind auch hier die beiden nichtaufgelösten Zustände $J^\pi = 3/2^-$ bzw. $1/2^-$ in ${}^7\text{Li}$ inkohärent zu addieren.

Wir können der Figur 37 entnehmen, daß die experimentellen Daten, die wiederum von L. Bimbot et al. (Bim 82) aufgenommen wurden, quantitativ wie qualitativ gut reproduziert werden.

Da es jedoch hier das Anliegen sein soll, die Auswirkungen der Kollinearität zu beleuchten, müssen wir noch die Ergebnisse der kollinearen Rechnung, die mittels Gleichung (6.5) für die gleiche Energie gewonnen und in Figur 38 abgebildet wurden in die Diskussion einbringen.

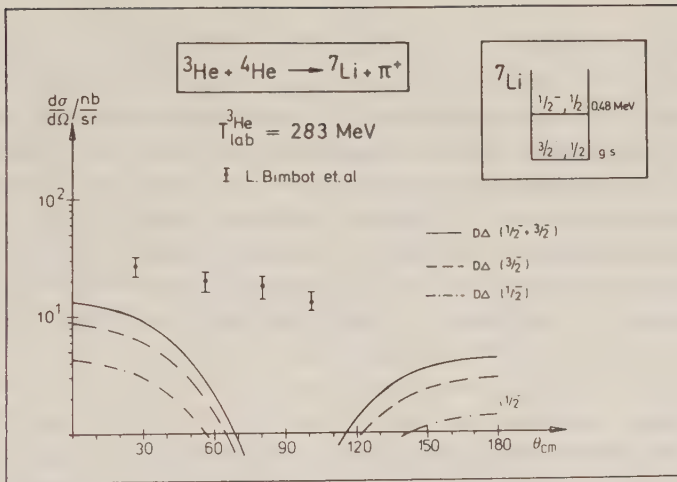


Fig. 38: Der differentielle Wirkungsquerschnitt des $D\Delta$ -Terms für ${}^4\text{He} ({}^3\text{He}, \pi^+) {}^7\text{Li} (3/2^- + 1/2^-)$ für $T_{\text{Lab}} = 283 \text{ MeV}$ in kollinearer Näherung

Werden beide Summenkurven in Relation gestellt, so ist Figur 37 sofort zu entnehmen, daß mit der Aufgabe der Kollinearität das Auffüllen des differentiellen Wirkungsquerschnitts bei $\vartheta = 90^\circ$ einher geht. Das hat natürlich unmittelbar zur Folge, daß dadurch Modellstudien auch bei größeren Streuwinkeln realisierbar werden.

Als weiterer wesentlicher Punkt bleibt festzuhalten, daß bei Verzicht auf die Kollinearität das Experiment bei kleinen Winkeln über-, statt wie bisher unterschätzt wird. Es ergibt sich unter null Grad für die Amplitude immerhin noch ein Faktor drei zugunsten der nichtkollinearen Rechnung. Sinnvolle Aussagen bzgl. der absoluten Relation der beiden Methoden können jedoch erst erstellt werden, wenn zur Aufgabe der kollinearen Näherung die Entwicklung des orbitalen Operatoranteils hinzukommt.

Somit bleibt an dieser Stelle festzuhalten, daß ein Verzicht auf die Kollinearität sowohl die zu erwartende Änderung der Struktur zu verifizieren als aber auch die absolute Größe des differentiellen Wirkungsquerschnitts zu beeinflussen vermag. Nach dem mittlerweile gewonnenen Erkenntnisstand scheint es nicht mehr ausgeschlossen, daß bereits im Schwellenbereich bei kleinen Streuwinkeln ein Faktor drei bis vier im mittels Gleichung (6.5) gewonnenen differentiellen Wirkungsquerschnitt durch die Kollinearität in Kauf genommen werden muß.

Würden diese Aussagen jedoch auf den Bereich höherer Energien ausgedehnt, wäre schnell das Reich der Spekulationen, welches sich in der angesprochenen numerischen Problematik begründet erschlossen. Daher ist auch darauf verzichtet worden, eine Anregungsfunktion für den Fall $q \neq k_\pi$ aufzuzeigen.

7.4 Die protoninduzierte Pionproduktion an komplexen Kernen

Die pioninduzierte kohärente Pionproduktion stellt den Grenzfall ($A_1 = 1$) zu unserem allgemeinen Reaktionsmodell der pionischen Fusion dar. In diesem Abschnitt sollen einige Untersuchungen zur exklusiven Pionproduktion an komplexen Atomkernen dargestellt werden, die durch ein überraschendes, experimentell (Vig 82) in der Produktion negativer Pionen gefundenes, Phänomen stimuliert wurden. Sowohl experimentell als auch theoretisch lag in der Vergangenheit der Schwerpunkt der Untersuchungen auf der Produktion positiver Pionen; dabei werden an leichten und mittelschweren Targetkernen - ähnlich wie im Falle $p(p, \pi^+)d$ -Wirkungsquerschnitte im mb-Bereich beobachtet. Dagegen zeigten die wenigen verfügbaren Daten für (p, π^-) -Reaktionen sowohl um Größenordnungen kleinere Wirkungsquerschnitte als auch eine monotone Winkelverteilung. Daher konzentrierte sich historisch auch das theoretische Interesse auf die Analyse der π^+ -Produktion. Hierbei dominierte die Vorstellung, daß der Produktionsprozeß von der einfachen "Strippingreaktion" $p \rightarrow n + \pi^+$ gefolgt vom Neutroneneinfang beherrscht wird (Fea 81). Im Rahmen dieses Einteilchenmechanismus ist es verständlich, daß der theoretischen Beschreibung der (p, π^-) -Reaktion wenig Aufmerksamkeit geschenkt wurde, da in diesem Fall keine einfache Analogie zur Strippingreaktion existiert. Eine entsprechende erste Näherung ist der Prozeß $p \rightarrow \Delta^{++} + \pi^-$. In diesem Fall wird jedoch die π^- -Produktion von den virtuellen Δ -Komponenten der entsprechenden Kernzuständen, die generell klein sind, bestimmt. Es wurde daher allgemein angenommen, daß der π^- -Produktionsmechanismus höherer Ordnung zugrunde liegen müssen, die folglich zu den erwähnten kleinen Wirkungsquerschnitten führen.

In den letzten Jahren wurde die theoretische Beschreibung über die obige Vorstellung von Einteilchenmechanismen hinaus dahingehend verfeinert, daß das Pion durch die Wechselwirkung des einlaufenden Protons mit mehreren Targetnukleonen produziert

wird (Dil 81). Auf dem Hintergrund dieser Mehrnukleonenmechanismen gewann auch die Analyse der (p, π^-) -Reaktionen erneut an theoretischem Interesse. Insbesondere wurde diese Entwicklung durch die systematische Untersuchung einer Anzahl von (p, π^-) -Reaktionen am IUCF in Bloomington vorangetrieben (Vig 82). Diese experimentellen Daten offenbarten zwei Überraschungen:

- (i) entgegen dem langjährig gehegten Vorurteil ist der Wirkungsquerschnitt der π^- -Produktion für bestimmte Endzustände des $(A + 1)$ -Kerns von vergleichbarer Größe wie bei der π^+ -Produktion; dies wird exemplarisch für den Targetkern ^{48}Ti in Fig. 39 belegt.

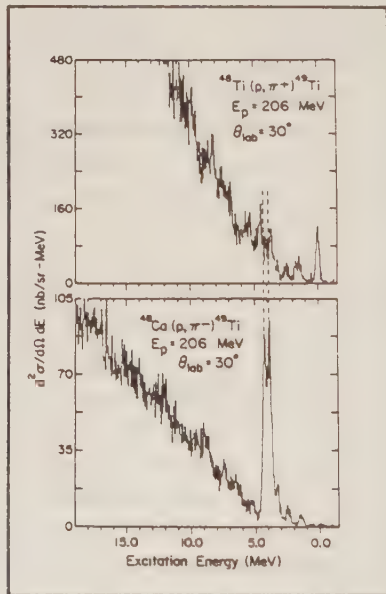


Fig. 39: Vergleich der (p, π^+) und (p, π^-) Spektren für Reaktionen, die jeweils in den gleichen Endkern ^{49}Ti führen (Vig 82)

- (ii) die hervorstechende Eigenschaft, die alle gemessenen Spektren aufweisen, ist die ausgeprägte selektive Bevölkung einer Gruppe von niedrigliegenden Zuständen bei Anregungsenergien von 3 - 5 MeV (siehe Fig. 40). Weiterhin kann Fig. 40 entnommen werden, daß bei allen betrachteten Systemen der Grundzustand vergleichsweise schwach populiert wird. Dies reflektiert die eingangs erwähnte starke Unterdrückung der (p, π^-) Reaktion im Vergleich zur Produktion positiver Pionen in Grundzustände.

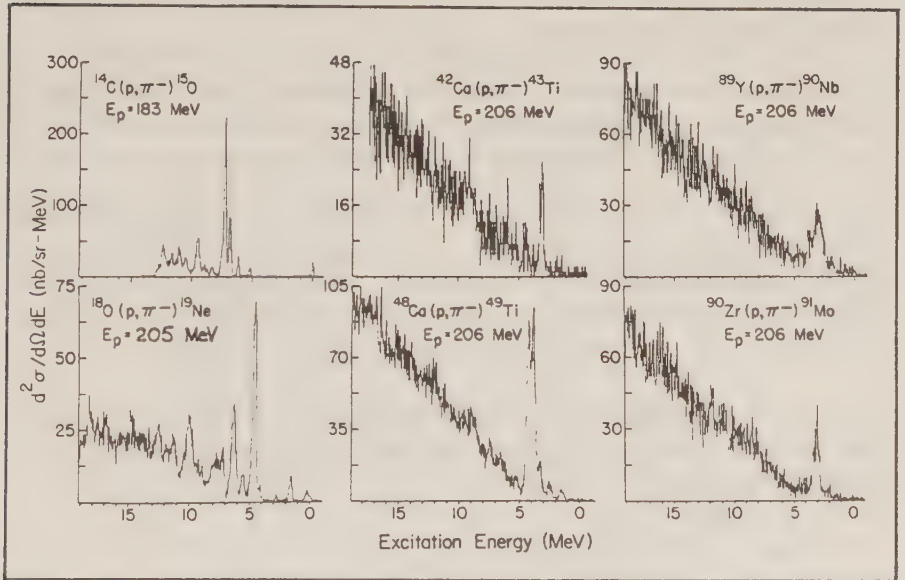


Fig. 40: Experimentelle Spektren (Vig 82) für diverse (p, π^-) -Reaktionen bei $\vartheta_{\text{Lab}} = 30^\circ$

Da sich dieses Phänomen der sog. " π^- -Bumps" über einen weiten Massenbereich erstreckt, sollte sich hierin ein allgemeiner Aspekt der (p, π^-) -Reaktion widerspiegeln. Da es unwahrscheinlich erscheint, daß sich die Reaktionsdynamik im Bereich weniger MeV drastisch ändert, deutet diese ausgeprägte Selektivität auf spezielle spektroskopische Eigenschaften der Targetkerne hin. Die Tatsache, daß bei diesen Anregungsenergien aus anderen Reaktionen (Vig 82) Zustände hoher Multipolarität bekannt bzw. zu vermuten sind, führte zur Interpretation dieser Bumps als Pionproduktion in Hochspinzuständen. Dieser Effekt kann allgemein aufgrund der großen Impuls- und damit Drehimpulsfehlanspassung der Reaktion verstanden werden.

Im folgenden sollen daher im Rahmen des Modells zur pionischen Fusion die oben angesprochenen Phänomene am konkreten Fall der Reaktion $^{18}_0(p, \pi^-)^{19}\text{Ne}$ studiert und interpretiert werden.

Wie bereits in Kap. 2 ausführlich erläutert wurde, besitzt die T-Matrix die separable Struktur: $T = F \cdot G \cdot H$. Dabei beschreibt H die Ankopplung des Pionfeldes an die Relativbewegung der Fragmente; die Formfaktoren F bzw. G sind in der allgemein gültigen Gleichung (6.5) mit den Matrixelementen $m_{fi}^{(\nu)}$ gegeben.

Für eine weitergehende Diskussion der Übergangsamplitude sind zunächst die spezifischen Bestandteile anzugeben. Die soeben angesprochenen Formfaktoren sind für Projektil-emission gegeben durch:

$$G \equiv m^{(1)}(q, l_1, \alpha, I_1, \beta) = m^{(1)}(q; 0, 1, 1; 1) = \\ = \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \parallel \sigma \cdot \tau \parallel \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle \quad (7.40)$$

In vollständiger Analogie zur in Kap. 7.1 beschriebenen Reaktion $p(p, \pi^+)d$ wird hier das Nukleon zunächst als punktförmiges Teilchen betrachtet, was auf obigen einfachen Formfaktor führt. Wie in allen vorangehend beschriebenen Reaktionen wird die endliche Ausdehnung

der Baryonen auch im vorliegenden Fall durch die bekannten Vertexkorrekturen mit $\Lambda_M = 1.4 \text{ GeV}$ berücksichtigt (siehe Kap. 3, Gleichung 3.8).

Der Rückstreufaktor F für den Targetkern ^{18}O ist allgemein gegeben durch (Gl. (5.15)):

$$u^{(2)}(Q; l_2, \alpha, \bar{l}_2, \beta) = \quad (7.41)$$

$$= \langle (j_i', t_i') \parallel \sum_{j=1}^{18} j_{l_2}(Q v_j) [\gamma_{l_2}(\hat{v}_j) \times \tau_j^K] \bar{l}_2 \cdot \tau^\beta \parallel (j_i, t_i) \rangle$$

Wie aus den vorliegenden Betrachtungen bekannt ist, tragen für die Pionrückstreuung im allgemeinen alle vier Spin-Isospin-Kanäle ($1, \sigma, \tau, \sigma\tau$) bei. Aufgrund des notwendigen Ladungsaustausches bei diesen (p, π^-) -Reaktionen (siehe Fig. 41) muß im Targetkern ein Isospinflip-Übergang stattfinden, d. h. notwendigerweise gelten $\beta = 1$.

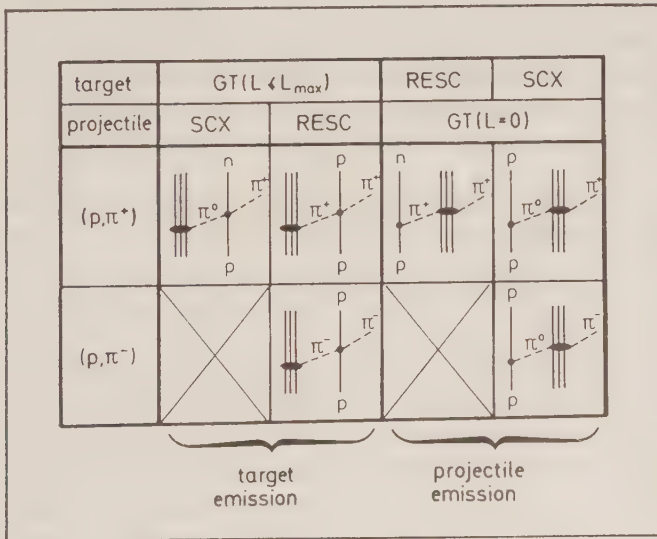


Fig. 41: die berücksichtigten Produktionsmechanismen für (p, π^-) -Reaktionen im Vergleich zu π^+ -Produktionen.

Wie aus Fig. 41 ferner ersichtlich ist, kann zur Produktion negativer Pionen die elastische Rückstreuung nicht beitragen, sondern nur Isektorübergänge vom Fermi- bzw. Gamow-Teller-Typ ($\alpha = 0$ bzw. $\alpha = 1$). Dagegen ist für die π^+ -Erzeugung die elastische Rückstreuung erlaubt. Damit ist der Unterschied in den Wirkungsquerschnitten für Produktion positiver bzw. negativer Pionen qualitativ plausibel, wobei natürlich für eine quantitative Aussage die detaillierte Gestalt der entsprechenden Formfaktoren und der spektroskopischen Faktoren von Bedeutung ist. Im Hinblick auf das hier angestrebte Ziel, die Selektion einiger Kernendzustände detailliert zu untersuchen, wird hier von dem zur Auswertung der Formfaktoren bislang beschrittenen Weg abgewichen, d. h. wir verwenden nicht analytische an experimentelle Ladungsformfaktoren angepaßte Ausdrücke, sondern eine mikroskopische Beschreibung im Schalenmodell. Damit ist hier auch eine vollständige Antisymmetrisierung der Kernwellenfunktionen gewährleistet. Die Erwartungswerte von Gl. (7.40/41) werden durch Linearkombinationen von Einteilchen-Formfaktoren dargestellt, die unter Berücksichtigung von Konfigurationsmischung in einer Basis harmonischer Oszillatorwellenfunktionen generiert werden. Die dazu notwendige Reduktion der Vielteilchen-Matrixelemente ist prinzipiell in Anhang A7 skizziert. Die numerische Auswertung erfolgt mit dem Utrechter Schalenmodellcode (Met 84).

Der Eingangskanal wird wie in Gl. (4.5) durch einen einfachen Produktzustand angesetzt:

$$|in\rangle = |^{18}O(0^+,1)\rangle \cdot |\rho(K^+, \frac{1}{2})\rangle \cdot |K_n\rangle \quad (7.42)$$

Die antisymmetrischen Wellenfunktionen für die Zustände des Targetkerns ^{18}O werden im Schalenmodell unter Berücksichtigung von Konfigurationsmischungen durch Diagonalisation des Hamiltonoperators gewonnen, wobei der Konfigurationsraum auf zwei aktive Teilchen in der $1s\ 0d$ Schale außerhalb ^{16}O beschränkt wurde:

$$\begin{aligned}
 {}^{19}\text{O}(0^+, 1)_{\text{g.s.}} &= a_1 \cdot |0d_{3/2}^2(0, 1)\rangle + a_2 \cdot |1s_{1/2}^2(0, 1)\rangle + \\
 &+ a_3 \cdot |0d_{3/2}^2(0, 1)\rangle
 \end{aligned}
 \quad (7.43)$$

Die Konstruktion der Endzustandswellenfunktion erfolgt analog zu Gl. (4.6):

$$\begin{aligned}
 |{}^{19}\text{Ne}(j^\pi, T); k_\pi\rangle &= \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot e^{ik_\pi R_{\text{NB}}} \cdot e^{ik_{\text{cm}} R_{\text{cm}}} \cdot \\
 &\cdot \sum_{j_{12}, N_{12}, L_{12}} C_{in L_{12}}^{j_{12}} \cdot \left| [N(j_1') \times H^{(10)}(j_2')]^{j_{12}} \times \phi_{N L_{12}}(R_{12}) \right]_{n_f}^{j_{12}} \rangle \cdot \\
 &\cdot | [t_1' \times t_2']_{n_r}^{T_f} \rangle \cdot \hat{\phi}_{\pi, -1}
 \end{aligned}
 \quad (7.44)$$

Schließlich sei noch betont, daß über die Entwicklung in Gl. (7.44) mit Hilfe der "Coefficient of fractional parentage" (cfp's) gewährleistet ist, daß auch die Endzustandswellenfunktion für ${}^{19}\text{Ne}$ total antisymmetrisch ist (siehe dazu auch die Ausführungen in Kap. 7.1.).

Der Vergleich mit dem experimentellen Spektrum des Korns ${}^{19}\text{Ne}$ in Figur 42 zeigt, daß in diesem Schalenmodellraum für die im Folgenden verwandten Zustände die Lage der Anregungsenergien gut wiedergegeben wird.

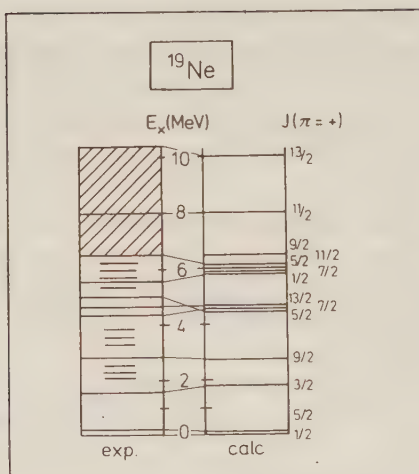


Fig. 42: das mittels Gleichung (7.44) gewonnene Energiespektrum für ^{19}Ne

In Fig. 43 sind einige - zu der Entwicklung aus Gl. (7.44) dominant beitragende - Formfaktoren für GT-Übergänge in ^{18}O schematisch dargestellt. Der schraffierte q-Bereich gibt das bereits in Kap. 2.4 diskutierte Impulsfenster an, d. h. den relevanten Bereich von Impulsüberträgen, den der Targetkern in der π -Rückstreuung aufnehmen muß. Der im Mittel große Impulstransfer von einigen 100 MeV/c führt zur Bevorzugung von Übergängen hoher Multipolarität im Targetkern. Damit ist zu erwarten, daß in der Pionproduktion vornehmlich solche Zustände des Endkerns bevölkert werden, die eine große spektroskopische Verwandtschaft zu Hochspinanregungen des Targets (gemäß Gl. (7.44)) besitzen.

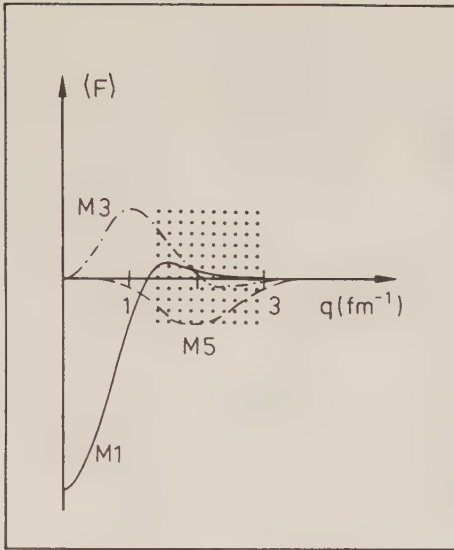


Fig. 43: Schematische Darstellung des Impulsfensters für verschiedene GT-Übergänge (Met 84)

Bevor nun konkrete Ergebnisse präsentiert werden, bleibt noch zu erwähnen, daß, abgesehen von der nun mehr vollständigen Antisymmetrisierung, auch hier die Approximationen aus Kapitel 6 beibehalten wurden, d. h. Gl. (6.5) behält weiterhin Allgemeingültigkeit. In Fig. 44 sind die differentiellen Wirkungsquerschnitte der Reaktion $^{18}\text{O}(p, \pi^-)^{19}\text{Ne}(J^\pi)$ für die Gruppe von angeregten Zuständen bei ca. 4 - 5 MeV (vergleiche auch Fig. 42) dargestellt. Offensichtlich wird der experimentelle Wert um etwa einen Faktor 2 unterschätzt. Jedoch zeigt sich deutlich die dominante Rolle des $(J^\pi = 13/2^+)$ Hochspinzustandes, der als eine fast reine $(d_{5/2})^3$ Konfiguration die im $(sd)^3$ -Schalenmodellraum höchstmögliche Multipolarität besitzt. Die Beiträge niedrigerer Multipolanregungen sind im Vergleich dazu um etwa eine Größenordnung unterdrückt.

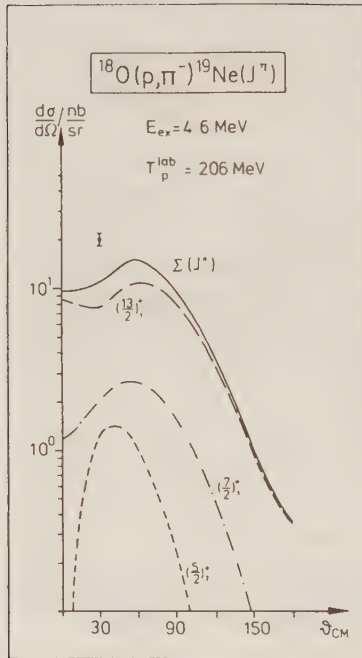


Fig. 44: Die differentiellen Wirkungsquerschnitte für die angegebenen Zustände in ^{19}Ne bei einer Anregungsenergie von $E_{\text{ex}} = 4.6 \text{ MeV}$; das experimentelle Ereignis ist (Vig 82) entnommen.

Die Ergebnisse für Anregungsstärken verschiedener Zustände des Endkerns ^{19}Ne im Bereich von Anregungsenergien ($0 \leq E_x \leq 10 \text{ MeV}$) sind in Fig. 45 gezeigt. Dem zusätzlich abgebildeten Histogramm wurde eine experimentelle Auflösung von 500 keV zugrunde gelegt. Im direkten Vergleich mit dem Experiment stellt sich heraus, daß die selektive Anregung der Gruppe von Zuständen um ca. 4.6 MeV nur unvollständig reproduziert wird. Das Verhältnis R der Wirkungsquerschnitte für Produktion in diese Gruppe von Zuständen und für die Grundzustandsproduktion ergibt sich theoretisch etwa zu $R = 2$ während experimentell ein Verhältnis von etwa $R = 8$ beobachtet wird. Im Rahmen der in dieser Arbeit

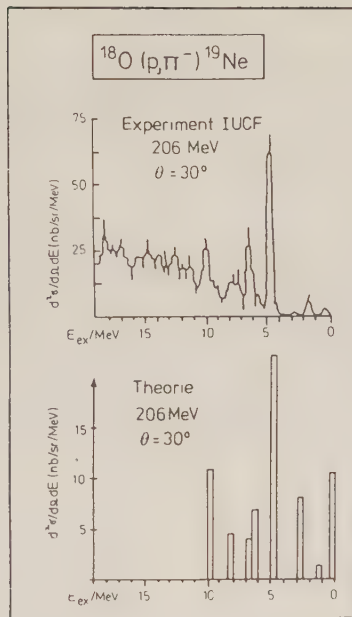


Fig. 45: der Vergleich des experimentellen Spektrums (Vig 82) von ^{19}Ne mit den theoretischen Vorhersagen.

durchgeführten Untersuchungen liegt keine Erklärung für diese Diskrepanz vor. Es bleibt zukünftigen Detailstudien vorbehalten zu klären, inwieweit die Näherungen zur Reaktionsdynamik einen zustandsspezifischen Einfluß besitzen. Ferner ist es natürlich fraglich, ob die einfachen Schalenmodellkonfigurationen ausreichend sind, um die hohen Impulskomponenten der Übergangsformfaktoren realistisch zu beschreiben.

Zusammenfassend kann man festhalten, daß die zur Erklärung der Produktion negativer Pionen notwendigen Zwei- und Mehrnukleonenmechanismen im Reaktionsmodell der pionischen Fusion in natürlicher Weise enthalten sind. Die bisher durchgeführten Analysen

zeigen, daß hauptsächlich solche Zustände des $(A+1)$ -Endkerns bevorzugt bevölkert werden, die einen großen spektroskopischen Überlapp mit Zuständen, bestehend aus Hochspinanregungen des Targetkerns und einem zusätzlich gebundenen Nukleon, besitzen. Dieses Phänomen bietet eine prinzipielle Möglichkeit die experimentell beobachtete Selektivität zu erklären.

In diesem Abschnitt wurde ein erster mikroskopischer Zugang zu dieser Fragestellung dargestellt. Da für die kohärente Produktion eine Summation vieler durch die Schalenmodellkonfigurationen vorgegebenen Amplituden aus Gl. (7.44) notwendig ist, sind die theoretischen Unsicherheiten bei einer quantitativen Beschreibung - insbesondere im Bereich hoher Impulsüberträge - durch künftige Detailstudien weiter aufzuklären.

ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

In dieser Arbeit wurde ein erster Zugang zu einer neuen Klasse von Kern-Kern-Reaktionen beschritten. Diese kohärenten Prozesse standen in der Vergangenheit nicht im Mittelpunkt des aktuellen Interesses der Schwerionenphysik, da dieses Gebiet vornehmlich durch die Vorstellung einer mehr oder weniger ausgeprägten Thermalisierung der gesamten Anregungsenergie beherrscht war und ist.

Dagegen verlangen exklusive Reaktionen - wie z.B. die kalte Fusion - eine konzeptionelle Alternative zu den üblichen thermodynamischen und statistischen Methoden. Das zentrale Ergebnis von Kapitel 2 war, zu zeigen, daß die Wechselwirkung zwischen Nukleonen verschiedener Fragmente notwendigerweise die Relativbewegung der kollidierenden Kerne beeinflußt. Ausgehend von einer mikroskopischen Beschreibung der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung im OBE-Modell, kann man diesen Effekt qualitativ so verstehen, daß das ausgetauschte Meson einen Rückstoßimpuls auf das gebundene Nukleon und damit den Schwerpunkt des gesamten Fragments überträgt. Der Mesonaustausch bewirkt also praktisch eine Abbremsung der Relativbewegung beider Kerne und führt somit zu einer Vergrößerung der Fusionswahrscheinlichkeit. Die abstrakte Formulierung dieser anschaulichen Vorstellung führt ausgehend von Zweiteilchenwechselwirkungen zu einem Vielteilchenoperator, der explizit die Relativkoordinate $\underline{R}_{12}$ beider Kerne im Eingangskanal enthält und gleichzeitig interne Übergänge in den beiden Fragmenten induzieren kann. Dies drückt sich formal in Gleichung (2.45) durch die entsprechende Separation des Übergangsoperators aus. Diese Struktur des Übergangsoperators - insbesondere die direkte Kopplung an $\underline{R}_{12}$ - eröffnet die Möglichkeit, die Ther-

malisierung zu umgehen: die mit dem Mesonaustausch verbundene Energie kann in internen, kohärenten Anregungen abgespeichert werden.

Eine konkrete Darstellung dieses Vielteilchenoperators wurde speziell für die Pion-Produktion im Kern-Kern-Stoß in Kapitel 3 abgeleitet. Das herausragende Phänomen der Pion-Nukleon Wechselwirkung im Mittelenergiebereich stellt die $\Delta(3,3)$ -Resonanz dar. Dieser Spin-Isospinflip-Übergang des internen Quarksystems eines Nukleons bietet einen effizienten Energiespeicher von mehreren hundert MeV für die freie Energie der Reaktion. Die aus der Pion-Kern-Physik bekannten kollektiven nuklearen Δ -Anregungsmoden erlauben die kohärente (elastische) Propagation dieser internen Anregung gebundener Nukleonen in komplexen Kernen. Deren Zerfall kann schließlich zur Emission mehr oder weniger schneller Pionen führen, die einen großen Bruchteil der gesamten Anregungsenergie abführen. Im Grenzfall der energiereichsten Pionen führt dieser Mechanismus notwendigerweise zur ultrakalten Fusion der Reaktionspartner.

Wie in der formalen Reaktionstheorie aus Kapitel 2 unter anderem gezeigt wurde, zerfällt die T-Matrix der Reaktion in einen resonanten und einen nichtresonanten Anteil. Obwohl die Dominanz der $\Delta(3,3)$ -Resonanz stark ausgeprägt ist, müssen insbesondere im Schwellenbereich, nichtresonante Produktionsmechanismen berücksichtigt werden. Diese wurden in Kapitel 3 auf der Basis effektiver Lagrangedichten eingeführt.

Im Hinblick auf einen quantitativen Test des vorgestellten Mechanismus erfordert die Komplexität dieses Vielteilchensystems spezielle Modellannahmen. Das daraus entwickelte Modell wurde auf verschiedene pionische Fusionsreaktionen und die entsprechenden Umkehrreaktionen (binäre Spaltung) angewendet.

Der elementare Input (Kopplungskonstanten, Formfaktoren, etc.) wurde anhand der Reaktion $p(p,\pi)d$ studiert; insbesondere wurden hier die Beiträge verschiedener Anteile des Übergangsoperators zum Wirkungsquerschnitt detailliert untersucht. Als Beispiele zur Fusion leichter Ionen wurden ^3He -induzierte Fusionsreaktionen analysiert. Als allgemeines Ergebnis zeigte sich, daß sowohl die Größenordnung als auch die Struktur der entsprechenden Wirkungsquerschnitte erfolgreich reproduziert werden. Zu einer Wertung dieser Aussage sei darauf hingewiesen, daß sich die Wirkungsquerschnitte für die untersuchten Proton- und ^3He -induzierten Reaktionen bis zu vier Größenordnungen unterscheiden. Ferner kann man aus den Analysen schließen, daß der resonante Δ -Term im eigentlichen Resonanzgebiet die Ergebnisse stark dominiert. An der Pionenschwelle jedoch liefern nichtresonante Mechanismen merkbliche Beiträge; jedoch kann auch unter Berücksichtigung dieser Terme die Anregungsstärke im Schwellenbereich nur unvollständig wiedergegeben werden.

Zur Beschreibung der dinuklearen Strukturen der fusionierten Kerne wurden simplifizierte Clusteransätze mit ^3He -Fragmenten verwendet. Die Sensitivität der Ergebnisse auf die Parameter dieser Wellenfunktionen unterstreicht die Bedeutung des spektroskopischen Aspekts für kalte Fusionsreaktionen. Für die (p,π^-) -Reaktionen wurden im Rahmen des Schalenmodells mikroskopische Kernstrukturuntersuchungen durchgeführt. Die Selektivität dieser Reaktion kann durch einen speziellen spektroskopischen Gesichtspunkt erklärt werden: es werden solche Zustände des Endkerns bevorzugt populiert, die eine große spektroskopische Verwandtschaft mit angeregten Hochspinzuständen des Targetkerns und einem Nukleon in den möglichen Schalenmodellorbits besitzen.

Da die Näherungen des Modells bereits an den entsprechenden Stellen eingehend diskutiert wurden, soll hier nur eine kurze Zusammenfassung und Möglichkeiten der Verfeinerung dargestellt werden:

i) Die Güte der Closure-Näherung kann anhand der Ergebnisse für die Pion-Kern-Streuung (Hup 81) beurteilt werden. Demzufolge ist insbesondere bei Vorwärtswinkeln, ein Bereich auf den die Analysen dieser Arbeit konzentriert sind, eine quantitativ zuverlässige Beschreibung von Observablen im Rahmen der Closure-Näherung möglich. Selbstverständlich kann prinzipiell auch bei der pionischen Fusion das vollständige A^* -Anregungsspektrum verwendet werden. Für die $p(p,\pi)$ d-Reaktion stehen vergleichende Untersuchungen im Rahmen des D^* -Modells zur Verfügung (Hee 84).

ii) Bei der Näherung der Kollinearität wurde davon ausgegangen, daß der Mesonaustausch in Richtung der kollidierenden Kerne zur effizientesten Abbremsung führt. Der Einfluß dieser Annahme auf experimentelle Observable wurde für den Fall ${}^3\text{He}({}^4\text{He},\pi){}^7\text{Li}$ studiert; verglichen zur kollinearen Näherung zeigt sich eine moderate Anhebung der differentiellen Wirkungsquerschnitte über den ganzen Winkelbereich, aber insbesondere eine signifikante Auffüllung von Minima. Diese rein technische Approximation kann durch weitere Partialwellenentwicklungen des Übergangsoperators umgangen werden.

iii) Ein weiterer, zumindest konzeptionell wichtiger Punkt, ist die vollständige Antisymmetrisierung der Cluster-Zustände. Diese wurde natürlich für proton-induzierte Reaktionen exakt berücksichtigt. Inwieweit phänomenologische Ansätze für leichte Kerne Effekte der Antisymmetrisierung bereits enthalten, kann nur durch Vergleich mit vollständigen Clustermodellanalysen bestimmt werden.

iv) Eine von der Reaktionsdynamik her wichtige Approximation ist die Verwendung ebener Wellen für Eingangs- und Ausgangskanal. Es ist zu hoffen, daß eine realistischere Beschreibung des produzierten Pions, vor allem im Schwellenbereich zu quantitativ besseren Ergebnissen führt.

Diese Detailprobleme konnten im Rahmen dieser Arbeit natürlich nicht vollständig behandelt werden. Hier war das Ziel zunächst einen begrifflichen Rahmen für diese Klasse kohärenter Fusionsreaktionen zu stecken und mit simplifizierenden Annahmen modellhafte Analysen durchzuführen. Das Ergebnis ist zunächst ein prinzipielles Verständnis für das Auftreten kooperativer Mechanismen im Kern-Kern-Stoß und ein semiquantitatives Gefühl für die konkrete Bedeutung der vielfältigen Effekte sowohl bezüglich der Reaktionsdynamik als auch der subnuklearen Spektroskopie.

Auf der Basis des gegenwärtigen Verständnisses sollen abschließend weitete Möglichkeiten und Perspektiven dieses Gebietes kohärenter Kern-Kern-Reaktionen aufgezeigt werden.

Im Bereich konventioneller Riesenresonanzen stellt die radiative Fusion das direkte Analogon zur pionischen Fusion dar. Auch hier kann die allgemeine Struktur des Übergangsoperators aus Kapitel 2 angewendet werden. Entsprechende theoretische Analysen (Knü 82) bestätigen eine stark ausgeprägte Selektivität, die in der Auswahl bestimmter dinuklearer Konfigurationen des fusionierten Kern begründet ist.

Im Bereich der Pion-Produktion bei mittleren Energien ist es eine reizvolle Aufgabe, den hier vorgestellten Reaktionsmechanismus auch auf die inklusive Produktion auszudehnen, denn natürlich ist auch dieser Fall in der Formulierung des Übergangsoperators zunächst begrifflich enthalten: die durch

den Mesonaustausch induzierten internen Übergänge können in hochangeregte teilcheninstabile Zustände führen; ferner kann durch mehrfachen Mesonenaustausch die Gesamtenergie in mehreren Stufen übertragen werden und somit eine partielle Thermalisierung entstehen. Das Ziel hierbei sollte eine zumindest begrifflich einheitliche Beschreibung des gesamten Pionenspektrums sein; wieweit diese Vorstellungen in den inklusiven Teil fortgesetzt werden können, muß sich jedoch in der Zukunft zeigen.

Eine interessante Perspektive ist die Produktion weiterer Mesonen bei höheren Energien. Hier ist zu erwarten, daß die kohärente Anregung von höheren N^* -Resonanzen im Kern-Kern-Stoß zu einem tieferen Verständnis der Dynamik subnuklearer Moden führt. Für die Produktion von η_0 -Mesonen gibt es bereits experimentelle Daten für leichte Systeme mit Wirkungsquerschnitten die vergleichbar zur Pion-Produktion sind. Die dominante Rolle spielt in diesem Energiebereich die Anregung der N^* (1535 MeV)-Resonanz, die dementsprechend hier die zur Δ (3,3)-Resonanz analoge Rolle spielen könnte.

Die wohl weitgreifendste Spekulation ist, inwieweit die Produktion neuer Isotope mit Hilfe der pionischen Fusionsreaktion möglich ist. Auf der einen Seite ist natürlich zu erwarten, daß der große Impulsüberschuß zu einer Verminderung der Fusionswahrscheinlichkeit in die Grundzustände schwerer Systeme führt; andererseits existieren gerade dort ausgeprägte Hochspinzustände, die bevorzugt angeregt werden können. Ein ermutigendes Beispiel hierzu ist die (inklusive) Reaktion $^3\text{He} (^{208}\text{Pb}, \pi^-) ^{211}\text{At}$, bei der immerhin noch (totale) Wirkungsquerschnitte von einigen nb beobachtet werden. Es ist zu erwarten, daß eine sorgfältige Auswahl von Target- und Projektilkern eine entscheidende Voraussetzung für die Produktion eines bestimmten Endkerns darstellt. Systematische experimentelle Erfahrung bei leichten bis hin zu schweren Kernen ist als Hilfestellung für weitere Extrapolationen notwendig. Wertvolle Hinweise hierzu kann man aus der binären (Elektro- oder pionischen) Spaltung erwarten.

Zum Abschluß wollen wir darauf hinweisen, daß das formale Konzept aus Kapitel 2 auch für andere Gebiete Möglichkeiten der Anwendung besitzt. Als ein Beispiel sei hier die Beschreibung der Reaktion $p(p,\pi)d$, auf der Basis des Quarkmodells erwähnt. Die formale Analogie zur Fusionsreaktion ${}^3\text{He}({}^3\text{He},\pi){}^6\text{Li}$ ist evident, wenn man Nukleonen durch Quarks und den Mesonaustausch durch Gluonaustausch ersetzt.

Die spezielle Dynamik und Symmetrie der Quantenchromodynamik müssen natürlich bei dieser Analogie gesondert betrachtet werden; an dieser Stelle soll nur obige Analogie erwähnt werden, spezielle Eigenschaften des Quarkmodells jedoch nicht ausgeführt werden.

ANHANG A1

Die Kinematik der Fusionsreaktion

In diesem Abschnitt soll kurz die spezielle kinematische Situation der pionischen Fusionsreaktion umrissen werden. In diesem Zuge werden die erforderlichen Gleichungen in der Regel nur angegeben. Für allgemeine Betrachtungen sei der interessierte Leser auf Standardwerke (Ba1 63) verwiesen.

Wie gewöhnlich werden wir annehmen, daß sich das Projektil der Masse M_1 im Laborsystem mit Impuls $\underline{K}_L^{(1)}$ auf das ruhende Target der Masse M_2 zubewegt, siehe Figur (A1)

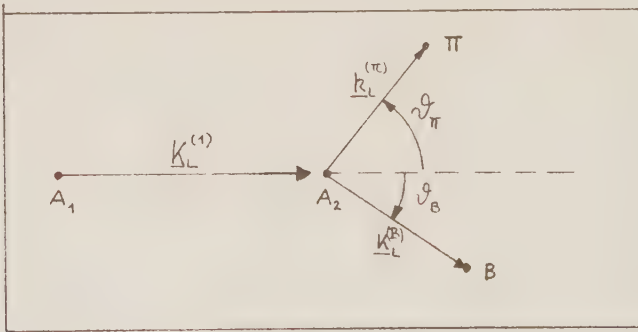


Fig. A1: Die kinematische Situation im Laborsystem

Für die Energien der Fragmente vor dem Stoß resultiert im Laborsystem:

$$E_L^{(1)} = \sqrt{M_1^2 + (K_L^{(1)})^2} \quad (\text{A.1.1})$$

$$E_L^{(2)} = M_2 \quad (\text{A.1.2})$$

$$E_L = E_L^{(1)} + E_L^{(2)} \quad (\text{A.1.3})$$

Hierin bezeichnet E_L die Gesamtenergie der Teilchen. Aus den relativistischen Erhaltungssätzen für Energie und Impuls ergibt sich damit folgende Bestimmungsgleichung für die Energien des produzierten Pions in Abhängigkeit vom Emissionswinkel ϑ_π :

$$E_L^{(\pi)} = \frac{\omega_1 \cdot E_L \pm K_L^{(1)} \cdot \cos \vartheta_\pi \cdot \sqrt{\omega_1^2 - 4 \cdot m_\pi^2 \cdot (E_L - (K_L^{(1)})^2 \cdot \cos^2 \vartheta_\pi)}}{2 \cdot (E_L^2 - (K_L^{(1)})^2 \cdot \cos^2 \vartheta_\pi)} \quad (\text{A.1.4})$$

mit

$$\omega_1 = E_L^2 - (K_L^{(1)})^2 + m_\pi^2 - M_B^2 \quad (\text{A.1.5})$$

Bei Transformation ins CM-System erhalten wir für die relevanten Größen unter Erhaltung des 4-er-Gesamtimpulses und unter der Berücksichtigung, daß der Gesamtimpuls im CM-System definitionsgemäß gleich null ist, nachstehende Relation (siehe Figur (A2))

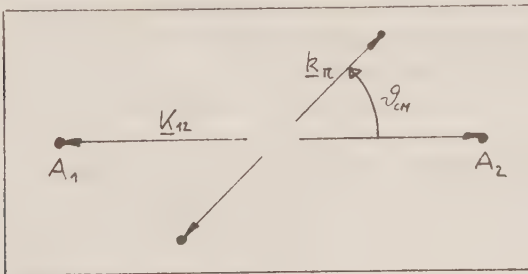


Fig. A2: Die kinematische Situation im CM-System

$$E_L^2 - \left| \sum_L K_L^{(i)} \right|^2 = E_{cm}^2 - \underbrace{\left| \sum_i K_{cm}^{(i)} \right|^2}_{=0}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_{cm} = \sqrt{M_1^2 + M_2^2 + 2 \cdot M_2 \cdot E_L^{(1)}}} \quad (A.1.6)$$

bzw. in guter Näherung:

$$E_{cm} = \sqrt{(M_1 + M_2)^2 + 2 \cdot M_2 \cdot T_L^{(1)}} \quad (A.1.7)$$

wobei $T_L^{(1)} = K_L^2 / 2M_1$ die kinetische Energie des Projektils ist; für diese ergibt sich im CM-System aus Gleichung (A.1.6):

$$T_{cm} = E_{cm} - (M_1 + M_2) \quad (A.1.8)$$

Aus der Gesamtschwerpunktenergie E_{cm} folgt für die CM-Impulse in Ein- bzw. Ausgangskanal:

$$\begin{aligned} E_{cm} &= E_{cm}^{(1)} + E_{cm}^{(2)} = \\ &= \sqrt{M_1^2 + K_{cm}^2} + \sqrt{M_2^2 + K_{cm}^2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow K_{cm} = \frac{1}{2E_{cm}} \cdot \sqrt{(E_{cm}^2 - M_1^2 - M_2^2)^2 - (2M_1M_2)^2} \quad (A.1.9)$$

Mittels Gleichung (A.1.6)

$$\boxed{K_{cm} = \frac{M_2}{E_{cm}} \cdot K_L^{(1)}} \quad (A.1.10)$$

$$k_{\pi} = \frac{1}{2E_{\text{CM}}} \cdot \sqrt{(E_{\text{CM}}^2 - M_{\text{B}}^2 - m_{\pi}^2)^2 - (2M_{\text{B}}m_{\pi})^2} \quad (\text{A.1.11})$$

Hier repräsentiert M_{B} die Masse des fusionierten Kerns B_{ν} im Zustand $|v\rangle$, inclusive der Anregungsenergie dieses Zustands:

$$M_{\text{B}} = M_{\text{B}_0} + E_{\text{ex}}^{(v)} \quad (\text{A.1.12})$$

Somit resultiert für die dem System zur Verfügung stehende CM-Energie:

$$E_{\text{CM}}^{(\pi)} = \sqrt{m_{\pi}^2 + k_{\pi}^2} \equiv \omega_{\pi} \quad (\text{A.1.13})$$

In den folgenden vier kinematischen Plots sind jeweils für die betrachteten Reaktionen die Zusammenhänge aus Gleichung (A.1.8 bis 13) aufgetragen. Dazu eine kurze Bemerkung zum Gebrauch dieser Darstellungen, exemplarisch vorgeführt am Beispiel $p + p \rightarrow d + \pi^+$ in Figur A3: wählen wir als Ausgangspunkt eine Pionenergie von $\omega_{\pi} = 300$ MeV, so lesen wir direkt auf der darunterliegenden Skala $k_{\pi} \approx 266$ MeV/c ab. Wird dann auf die mit " T_{lab} " bezeichnete Kurve gelotet, so kann der linken (unteren) Skala entnommen werden, daß diese Pionenergie einer kinetischen Labor-(CM)-Energie von $T_{\text{lab}} \approx 690$ MeV bzw. $T_{\text{CM}} \approx 320$ MeV entspricht. Zur Bestimmung des CM-Impulses im Eingangskanal wird z.B. ausgehend von der kinetischen Laborenergie zuerst auf die mit " T_{lab} ", sodann auf die mit " K_{CM} " bezeichnete Kurve gegangen. Von diesem Schnittpunkt aus liest man z.B. für $T_{\text{lab}} = 500$ MeV ab, daß der gesuchte Schwerpunktsimpuls $k_{\text{CM}} \approx 480$ MeV/c ist.

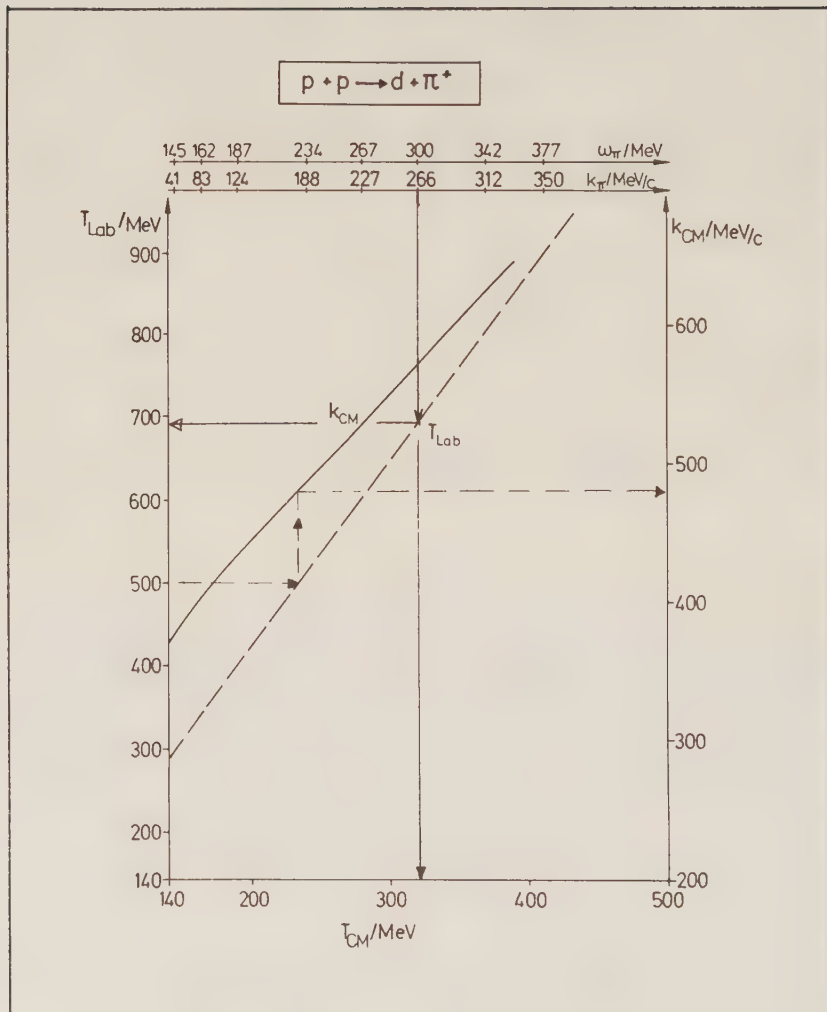


Fig. A3: Kinematischer Plot für $p + p \rightarrow d + \pi$.
Erläuterungen siehe Text.

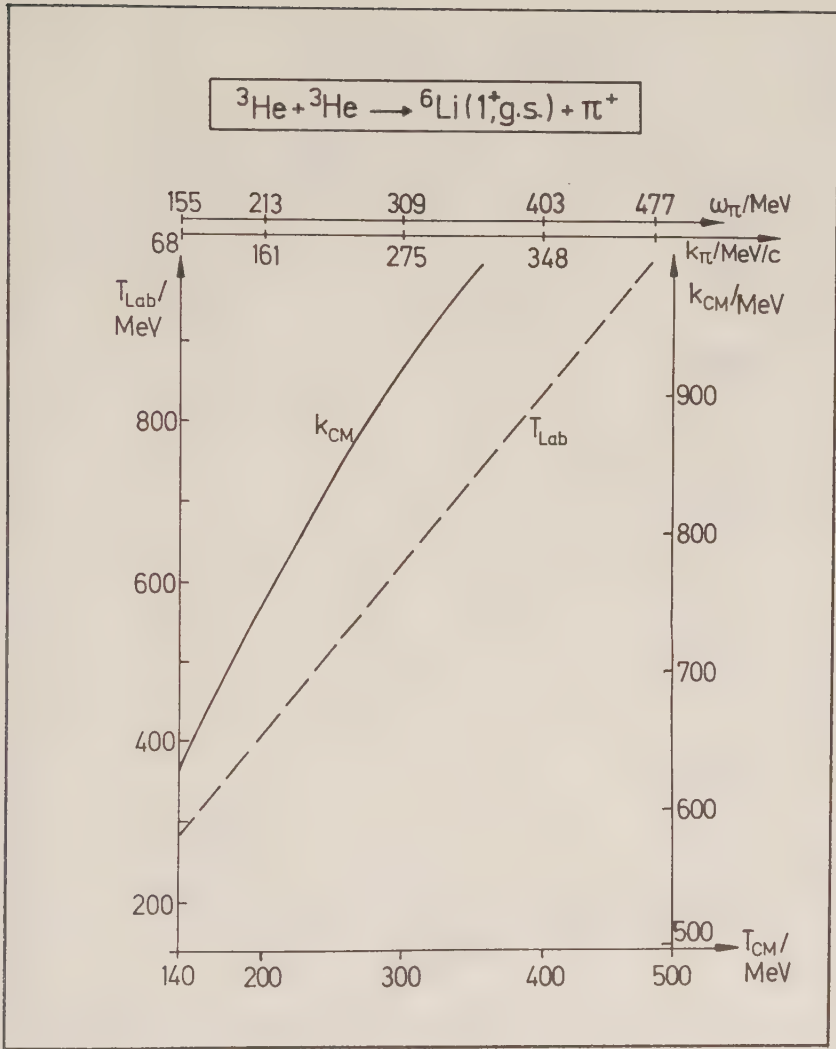


Fig. A4: Kinematischer Plot für ${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^6\text{Li}(\text{g.s.}) + \pi^+$
 Erläuterungen siehe Text

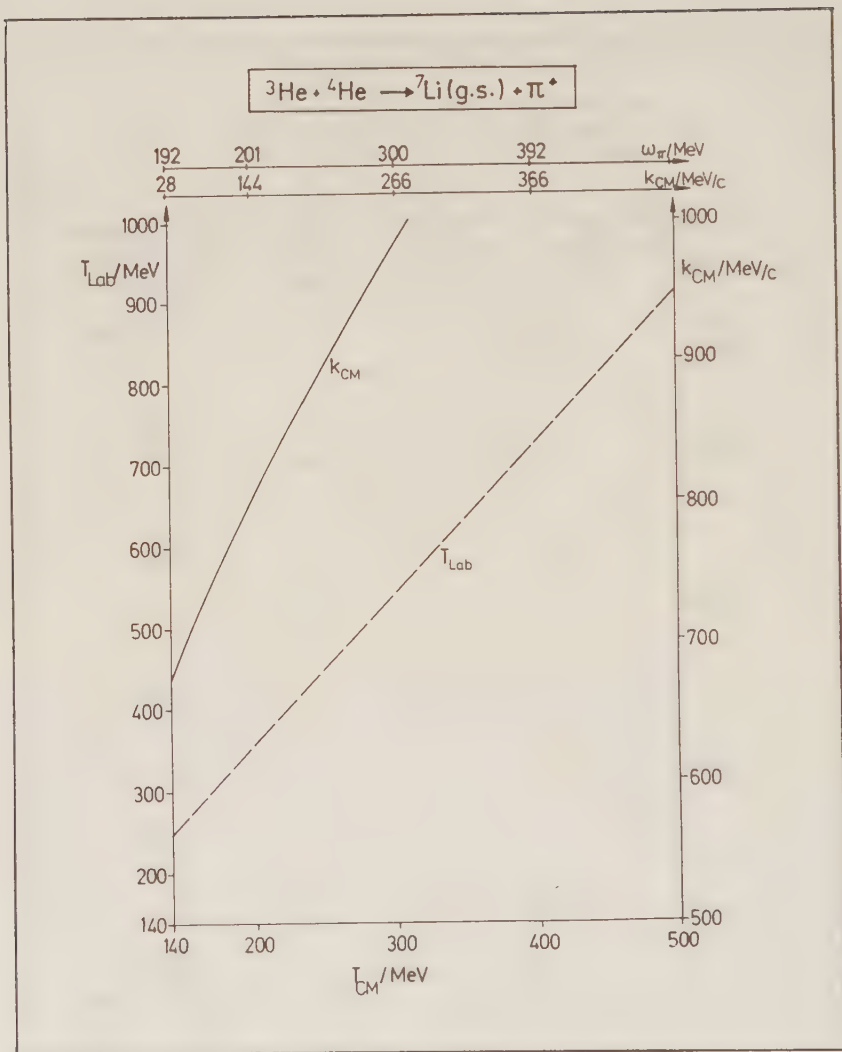


Fig. A5: Kinematischer Plot für ${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Li}(\text{g.s.}) + \pi^+$
 Erläuterungen siehe Text.

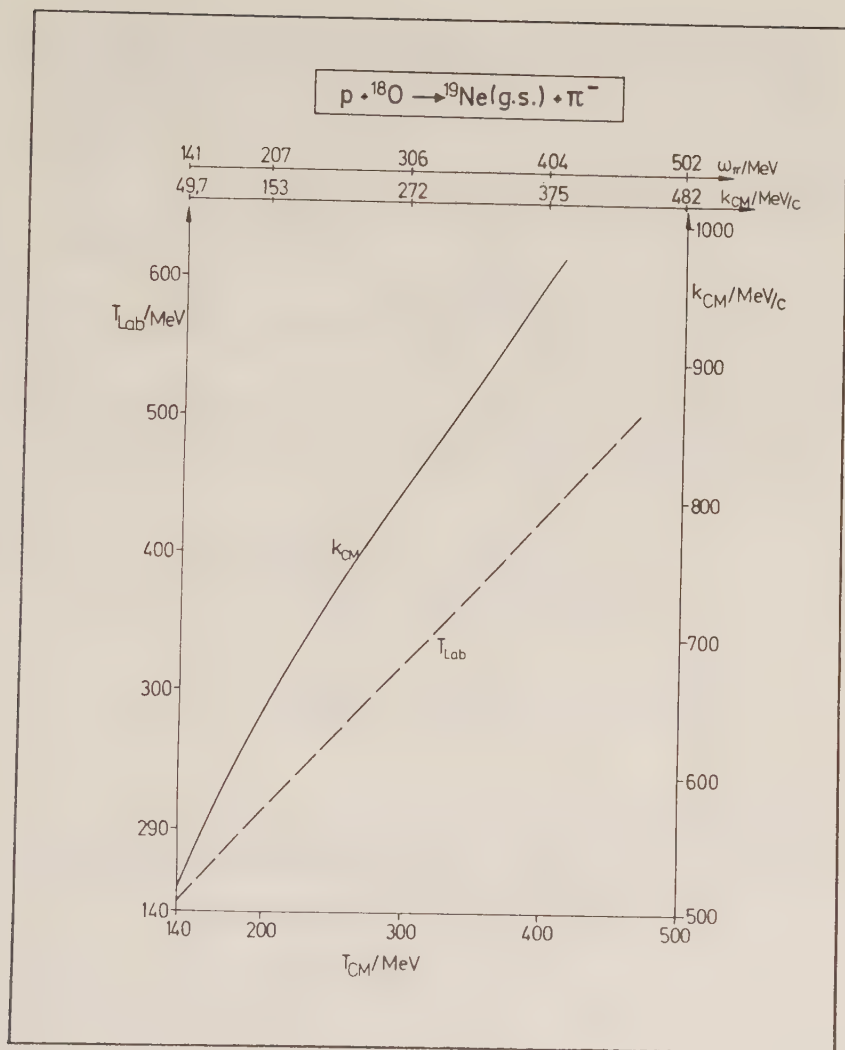


Fig. A6: Kinematischer Plot für $p + {}^{18}\text{O} \rightarrow {}^{19}\text{Ne}(\text{g.s.}) + \pi^-$
 Erläuterungen siehe Text.

Da es die Präsentation der experimentellen Ergebnisse bereits des öfteren erforderte, eine Umrechnung des Schwerpunkts-
winkels ϑ_{CM} ins Laborsystem vorzunehmen, sei auch dieser
Punkt kurz beleuchtet. Wie hinreichend bekannt ist, sind hier
zwei Fälle zu unterscheiden; dazu benötigen wir die Geschwin-
digkeit V des CM-Systems relativ zum Labor:

$$V = \frac{K_L^{(1)}}{E_L^{(1)} + M_2} \quad (A.1.14)$$

Voraussetzung ist hier ebenfalls ein ruhendes Target; $K_L^{(1)}$
ist vorgegeben und $E_L^{(1)}$ Gleichung (A.1.1) zu entnehmen. Die
Geschwindigkeit des Pions im CM-System ist gegeben durch:

$$\tilde{v}_\pi = \frac{k_\pi}{\sqrt{m_\pi^2 + k_\pi^2}} \quad (A.1.15)$$

Somit kommen wir zur Fallunterscheidung:

1. $V/\tilde{v}_\pi < 1$

Die Situation ist in Figur (A7) veranschaulicht; aus die-
ser Abbildung können wir sofort entnehmen, daß für den
Laborwinkel kein Limit existiert:

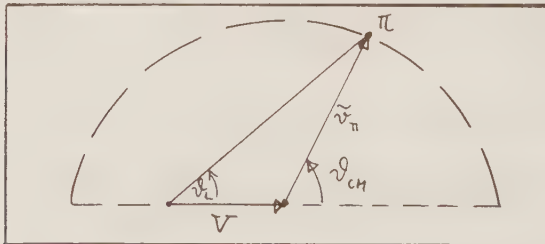


Fig. A7: Der Zusammenhang zwischen ϑ_L und ϑ_{CM} für den Fall
 $V/\tilde{v}_\pi < 1$

Der geometrische Ort des Pions ist aus relativistischen Gründen zu einer Ellipse degeneriert.

2. $V/\tilde{v}_\pi > 1$

Wie leicht einsichtig ist, existiert für diesen Fall ein Grenzwinkel $\vartheta_L^{\max}$:

$$\vartheta_L^{\max} = \arctan\left(\tilde{v}_\pi \sqrt{\frac{1-V^2}{V^2-\tilde{v}_\pi^2}}\right) \quad (\text{A.1.16})$$

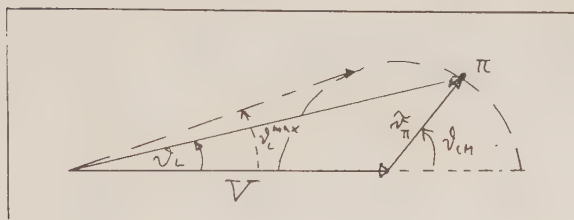


Fig. A8: Der Zusammenhang zwischen ϑ_L und ϑ_{CM} für den Fall $V/\tilde{v}_\pi > 1$

Unter Beachtung dieser Punkte ergibt sich (Bal 63) folgender Zusammenhang zwischen ϑ_{CM} und ϑ_{lab}

$$\vartheta_{lab}^{(\pi)} = \arctan\left(\frac{\sin \vartheta_{CM}}{\gamma \cdot (\cos \vartheta_{CM} + \beta)}\right) \quad (\text{A.1.17})$$

$$\gamma = \frac{E_L}{E_{CM}} = \frac{T_L + M_1 + M_2}{E_{CM}} \quad (\text{A.1.18})$$

$$\beta = \frac{V}{\tilde{v}_\pi} \quad (\text{A.1.19})$$

Unter Kenntnis des Laborwinkels kann nun auch der differentielle Wirkungsquerschnitt im Laborsystem spezifiziert werden. Ausgangspunkt ist die Invarianz des totalen Wirkungsquerschnitts:

$$\frac{d\sigma_{cm}}{d\Omega_{cm}} \cdot d\Omega_{cm} = \frac{d\sigma_L^{(\nu)}}{d\Omega_L^{(\nu)}} d\Omega_L^{(\nu)} \quad (A.1.20)$$

wobei $\nu \in \{B, \pi\}$; da im vorliegenden Falle das Pion nachgewiesen wurde gilt $\nu = \pi$.

Unter Einbezug von Gleichung (A.1.17) ergibt sich nach einer etwas länglichen Rechnung (siehe auch (Bal 63)):

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{d\sigma_L^{(\pi)}}{d\Omega_L^{(\pi)}}(\vartheta_{Lab}^{(\pi)}) &= \frac{d\sigma_{cm}}{d\Omega_{cm}}(\vartheta_{cm}) \cdot \gamma^2 \cdot \\ &\cdot \frac{\{(\beta + \cos \vartheta_{cm})^2 + (\frac{1}{\gamma})^2 \cdot \sin^2 \vartheta_{cm}\}^{3/2}}{(1 + \beta \cdot \cos \vartheta_{cm})} \end{aligned}} \quad (A.1.21)$$

A2 DER ORBITALE ANTEIL DER T-MATRIX

In diesem Abschnitt wird die Ortsabhängigkeit der T-Matrix detailliert zusammengestellt und ausgewertet. Dieser orbitale Anteil resultiert einerseits aus dem Gesamtoperator gemäß Gl. (3.74), andererseits aus den asymptotischen Kanälen, siehe dazu Gl. (5.2/3.). Die Ortsfunktion wird im Rahmen dieser Arbeit stets mittels ebener Wellen dargestellt.

Wenden wir uns zunächst dem Gesamtoperator zu. Dieser beinhaltet zunächst die Nukleon-Nukleon Wechselwirkung im Ein-Pionenaustauschbild; diese ist im Impulsraum gegeben durch:

$$V(q) = \mathcal{L}^\dagger(q) \frac{1}{\omega^2 - q^2 - m_\pi^2} \mathcal{L}(q) \quad (\text{A2.1})$$

Die Emission eines Pions mit beliebigem Impuls q am Orte r_i ist durch folgenden Lagrangian gegeben:

$$\mathcal{L}(q) = \frac{f(q)}{m_\pi} \cdot \underline{\sigma} \cdot \underline{q} \cdot \underline{\tau} \cdot \underline{\phi} \cdot e^{-iq \cdot \underline{r}_i} \quad (\text{A2.2})$$

wovon uns in diesem Zusammenhang lediglich die Ortsraumdarstellung des orbitalen Anteils der NN-Wechselwirkung interessiert:

$$\begin{aligned} V_{\text{ort}}(\underline{r}_i, \underline{r}_j) &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3q \cdot V_{\text{ort}}(q) \cdot e^{-iq \cdot \underline{r}_{ij}} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3q \cdot e^{-iq \cdot \underline{r}_i} \cdot e^{iq \cdot \underline{r}_j} \cdot e^{iq(\underline{r}_j - \underline{r}_i)} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3q \cdot e^{iq(\underline{r}_j - \underline{r}_i)} \end{aligned} \quad (\text{A2.3})$$

An dieser Stelle sei vereinbart, daß sich Index $i(j)$ jeweils auf Projektil (A_1) bzw. Target (A_2) bezieht. Obige Wechselwirkung beschreibt somit die Projektilemission des ausgetauschten Pions.

Die Produktion des reellen Pions mit noch beliebigem Impuls wie z. B. im Falle des πNN -Vertex in der Ortsraumdarstellung beschrieben durch:

$$\mathcal{L}(\pm_j) = \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \frac{f(k')}{m_\pi} \cdot \underline{\varepsilon} \cdot \underline{k}' \cdot \underline{1} \cdot \underline{\phi} \cdot e^{ik_\pi(\underline{s}_\pi - \underline{r}_j)} \quad (\text{A2.4})$$

Hierbei sind jeweils $\underline{r}_i$ ($\underline{r}_j$) bzw. $\underline{s}_\pi$ die Einteilchenkoordinaten der Nukleonen von Fragment A_1 (A_2) bzw. des Pions.

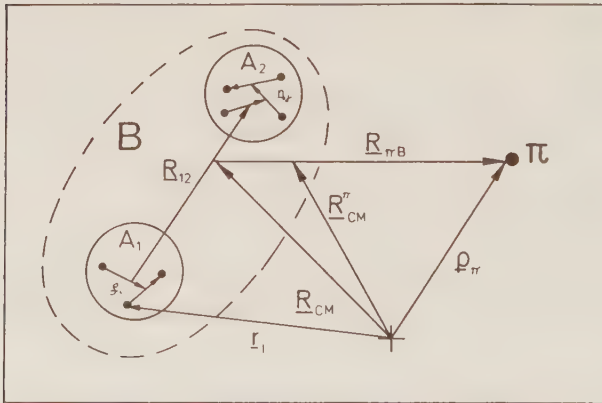


Fig. A10: Schematische Darstellung der Einteilchen- bzw. Jakobikoordinaten

Fassen wir nun den gesamten orbitalen Anteil des Operators mit den entsprechenden der asymptotischen Kanäle zusammen, so resultiert gemäß Fig. (A10) für das Matrixelement:

$$\begin{aligned} \omega = & \frac{1}{(2\pi)^9} \cdot \frac{1}{(2\pi)^{3h}} \int d^3q \cdot e^{iq(\underline{r}_j - \underline{r}_i)} \cdot d^3k' \cdot d^3p_\pi \cdot e^{i\underline{k}'(\underline{p}_\pi - \underline{r}_j)} \\ & \cdot \int d^3R_{\pi B} \cdot d^3R_{\pi 2} \cdot d^3R_{CM}^\pi \cdot d^3R_{CM} \cdot e^{-i\underline{k}_\pi \cdot \underline{R}_{\pi B}} \cdot e^{-i\underline{k}'_{CM} \cdot \underline{R}_{CM}^\pi} \\ & \cdot e^{i\underline{k}_\pi \cdot \underline{R}_{\pi 2}} \cdot e^{i\underline{k}_{CM} \cdot \underline{R}_{CM}} \cdot \phi_{M_{12}}^*(\underline{R}_{12}) \end{aligned} \quad (A2.5)$$

Die einzelnen Größen im CM-System sind Fig. (A10) zu entnehmen. Hierin sind die asymptotischen Verhältnisse skizziert. Durch die Produktion eines zusätzlichen Teilchens gilt, daß der Vektor des Gesamtschwerpunktes des Eingangskanals ungleich dem des Ausgangskanals ist. Die gleiche Situation liegt für die entsprechenden Relativkoordinaten vor. Somit ergeben sich zwei zusätzliche Koordinaten ($\underline{R}_{CM}^\pi$, $\underline{R}_{\pi B}$) die jedoch linear abhängig von den entsprechenden des Eingangskanals sind, womit sich auch die Integrationen erübrigen.

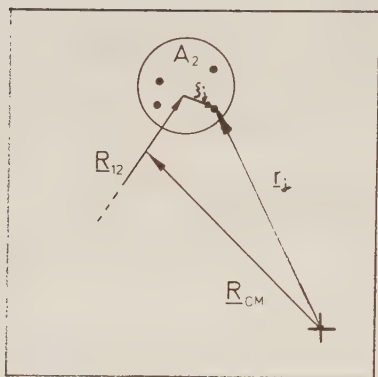
$$\underline{R}_{\pi B} = \underline{p}_\pi - \underline{R}_{CM} \quad (A2.6)$$

$$\underline{R}_{CM}^\pi = \underline{R}_{CM} + a \underline{R}_{\pi B} \quad ; \quad a = \frac{m_\pi}{m_B + m_\pi}$$

$$\underline{R}_{CM}^\pi = (1-a) \underline{R}_{CM} + a \cdot \underline{p}_\pi \quad (A2.7)$$

$$\begin{aligned} \omega = & \frac{1}{(2\pi)^6} \cdot \frac{1}{(2\pi)^{3h}} \int d^3q \cdot e^{iq(\underline{r}_j - \underline{r}_i)} \cdot \int d^3k' \cdot \left[\frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \int d^3p_\pi \cdot e^{i\underline{k}' \cdot \underline{p}_\pi} \right. \\ & \left. \int d^3R_{CM} \cdot e^{i\underline{k}_{CM} \cdot \underline{R}_{CM}} \cdot e^{-i\underline{k}'_{CM}(1-a) \cdot \underline{R}_{CM}} \cdot e^{-i\underline{k}' \cdot \underline{r}_j} \right] \cdot e^{-ia \underline{k}'_{CM} \cdot \underline{p}_\pi} \\ & \cdot e^{i\underline{k}_\pi \cdot \underline{R}_{CM}} \cdot \int d^3R_{\pi 2} \cdot e^{i\underline{k}_{\pi 2} \cdot \underline{R}_{\pi 2}} \cdot \phi_{M_{12}}^*(\underline{R}_{12}) \cdot \left[e^{-i\underline{k}_\pi \cdot \underline{p}_\pi} \right] \end{aligned}$$

$$[\quad] \Rightarrow \delta[\underline{k}' - (\underline{k}_\pi + a \cdot \underline{k}'_{CM})] \quad (A2.8)$$



Betrachten wir nun kurz die Einteilchenkoordinate r_j A_2 gemäß nebenstehender Skizze:

$$r_j = R_{CM} + b \cdot R_{n2} + r_j \quad (A2.9)$$

wobei b ein massenabhängiger Faktor ist, der noch zu spezifizieren bleibt und die r_j interne Fragmentkoordinaten sind.

$$W = \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \cdot \int d^3q \cdot e^{iq(r_j - r_i)} \quad (A2.10)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \int d^3R_{CM} \cdot e^{iK_{CM} R_{CM}} \cdot e^{-iK'_{CM} R_{CM}} \right] e^{iaK'_{CM} R_{CM}} \cdot e^{ik_{\pi} R_{CM}} \\ & \cdot e^{-ik_{\pi} (r_j + b R_{n2})} \cdot e^{-ik_{\pi} R_{CM}} \cdot e^{-iaK'_{CM} (r_j + b R_{n2})} \cdot e^{-iaK'_{CM} R_{CM}} \\ & \cdot \int d^3r_{n2} \cdot e^{iK_{n2} R_{n2}} \cdot \phi_{NLn2}^*(R_{n2}) \end{aligned}$$

$$\left[\right] \Rightarrow \delta(K_{CM} - K'_{CM}) \quad (A2.11)$$

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \cdot \int d^3q \cdot e^{iq(r_j - r_i)} \cdot e^{ik_{\pi} r_j} \\ & \cdot \int d^3R_{n2} \cdot e^{iK_{n2} R_{n2}} \cdot e^{-ik_{\pi} \cdot b \cdot R_{n2}} \cdot \phi_{NLn2}^*(R_{n2}) \\ & \cdot e^{-iaK'_{CM} (r_j + b R_{n2})} \end{aligned}$$

$$(A2.12)$$

Im (A_1, A_2) -Schwerpunktsystem gilt $K_{CM} = 0$ und damit gemäß Gleichung A2.11 $K'_{CM} = 0$; damit gilt

$$\begin{aligned} \omega = & \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \cdot \int d^3q \cdot e^{iq(\underline{r}_j - \underline{r}_i)} \cdot e^{-ik_n \underline{r}_i} \cdot \\ & \cdot \int d^3R_{12} \cdot e^{ik_n R_{12}} \cdot e^{-ib \cdot \underline{k}_n \cdot \underline{R}_{12}} \cdot \phi_{NL_{12}}^* (\underline{R}_{12}) \end{aligned} \quad (A2.13)$$

Wie es sich zeigte, sind für die vorliegende Problemstellung Jakobikoordinaten die geeignetste Wahl für die allgemeine Koordinatentransformation gemäß Gleichung (A2.10), siehe auch Figur (A10). Diese Transformation ist gegeben durch:

$$\underline{r}_i = \underline{v}_i(\underline{\xi}) + \sqrt{\frac{A_2}{A_1 \cdot B}} \underline{R}_{12}^T + \sqrt{\frac{1}{B}} \underline{R}_{CM}^T \quad (A2.14.1)$$

$$\underline{r}_j = \underline{v}_j(\underline{\eta}) - \sqrt{\frac{A_1}{A_2 \cdot B}} \underline{R}_{12}^T + \sqrt{\frac{1}{B}} \underline{R}_{CM}^T \quad (A2.14.2)$$

Hierin hängen die $\underline{v}_i(\underline{\xi})$ linear von der jeweiligen Clusterung der internen Koordinaten der Fragmente A_1 ($\ni i$) bzw. A_2 ($\ni j$) ab.

$$(\underline{r}_j - \underline{r}_i) = \underline{v}_j(\underline{\eta}) - \underline{v}_i(\underline{\xi}) - \alpha_{12} \underline{R}_{12}^T \quad (A2.15)$$

$$\alpha_{12} = \sqrt{\frac{B}{A_1 A_2}} \quad (A2.16)$$

$$\begin{aligned} \omega = & \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \cdot \int d^3q \cdot e^{iq \underline{v}_j(\underline{\eta})} \cdot e^{-iq \underline{v}_i(\underline{\xi})} \cdot e^{-ik_n \underline{v}_j(\underline{\eta})} \cdot \\ & \cdot \int d^3R_{12}^T \cdot e^{ik_n \underline{k}_n \underline{R}_{12}^T} \cdot e^{i \underline{k}_n \cdot \sqrt{\frac{A_1}{A_2 B}} \underline{R}_{12}^T} \cdot \\ & \cdot e^{-i \alpha_{12} \underline{q} \cdot \underline{R}_{12}^T} \cdot \phi_{NL_{12}}^* (\underline{R}_{12}^T) \end{aligned} \quad (A2.17)$$

Somit erhalten wir für die in Gl. (5.4) ff Verwendung findende Darstellung der Ortsabhängigkeit der T-Matrix folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned}
 W = & \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \cdot \int d^3q \cdot d^3R_{12} \cdot \phi_{M_{12}}^*(R_{12}) \cdot \\
 & \cdot e^{-iq \cdot \vec{r}_i(\frac{1}{2})} \cdot e^{i(q - \frac{k}{2}\pi) \cdot \vec{r}_j(q)} \\
 & \cdot e^{i\alpha_{12}(\underline{k}_{12} - q + \beta_F \cdot \underline{k}_\pi) \cdot \underline{R}_{12}^T}
 \end{aligned}$$

(A2.18)

mit

$$\beta_F = \frac{F_1}{\pi}$$

(A2.19)

ANHANG A3

Spin-Isospin-Operatoren

Im Zuge der Berechnungen taucht häufig das Problem auf, reduzierte Matrixelemente von gleichen gekoppelten Tensoroperatoren auszuwerten. Nachstehend ist einmal die Auswertung eines derartigen Matrixelementes am Beispiel des Pauli-Spinoperators $\underline{\sigma}$ skizziert:

$$\begin{aligned}
 ME &= \langle \frac{1}{2} m' | [\underline{\sigma} \times \underline{\sigma}]_S^a | \frac{1}{2} m \rangle = \sum_{\tau \tau'} (1 + \tau \tau') a_S \cdot \langle \frac{1}{2} m' | \underline{\sigma}_\tau \cdot \underline{\sigma}_{\tau'} | \frac{1}{2} m \rangle \\
 &= 6 \cdot \hat{a} \cdot \sum_{\tau \tau' \mu} (-1)^S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ \tau & \tau' & -S \end{pmatrix} \cdot (-1)^{\frac{1}{2}-m'} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ -m' & \tau & m \end{pmatrix} \\
 &\quad \cdot (-1)^{\frac{1}{2}-\mu} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ -\mu & \tau' & m \end{pmatrix} \\
 &= 6 \cdot \hat{a} \cdot \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & a \\ 1 & 1 & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \cdot (-1)^{1+a} \cdot (-1)^{\frac{1}{2}-m'} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & a & \frac{1}{2} \\ -m' & S & m \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

andererseits gilt:

$$ME = (-1)^{\frac{1}{2}-m'} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & a & \frac{1}{2} \\ -m' & S & m \end{pmatrix} \cdot \langle \frac{1}{2} || [\underline{\sigma} \times \underline{\sigma}]^a || \frac{1}{2} \rangle$$

durch Vergleich folgt:

$$\begin{aligned}
 \langle \frac{1}{2} || [\underline{\sigma} \times \underline{\sigma}] || \frac{1}{2} \rangle &= \\
 &= \hat{a} \cdot (-1)^{1+a} \cdot 6 \cdot \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & a \\ 1 & 1 & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \quad (A3.1)
 \end{aligned}$$

$$a = 0 : \quad [\sigma \times \sigma]^0 = Z(0) \cdot \sigma^0$$

$$a = 1 : \quad [\sigma \times \sigma]^1 = Z(1) \cdot \sigma^1$$

(A3.2)

$$\text{mit } Z(0) = -\sqrt{3} \quad \text{und } Z(1) = -\sqrt{2} \quad (\text{A3.3})$$

Analoges gilt für die Spin-(1/2 ↔ 3/2)-Operatoren:

$$a = 0 \quad [S^\downarrow \times S^\uparrow]^0 = N(0) \cdot \sigma^0$$

$$a = 1 \quad [S^\downarrow \times S^\uparrow]^1 = N(1) \cdot \sigma^1$$

(A3.4)

$$\text{mit } N(0) = -2/\sqrt{3} \quad \text{und } N(1) = \sqrt{2}/3 \quad (\text{A3.5})$$

Hier und im weiteren wurden die folgenden Werte für die entsprechenden reduzierten Matrixelemente verwendet (Kli 83), (Edm 57):

$$\langle 1/2 \parallel 1 \parallel 1/2 \rangle = \sqrt{2}$$

$$\langle 1/2 \parallel \sigma \parallel 1/2 \rangle = \sqrt{6}$$

$$\langle 3/2 \parallel S^\uparrow \parallel 1/2 \rangle = 2$$

$$\langle 1/2 \parallel S^\downarrow \parallel 3/2 \rangle = -2$$

(A3.6)

Alle bisher genannten Fakten gelten selbstverständlich auch im Isospinraum. Abschließend soll in diesem Zusammenhang noch die Konvention, die den Pionoperator spezifiziert, und das Pion-Nukleon-Operatorprodukt im Isospinraum, wie es erstmals in Gleichung (3.5) auftritt, unter der Voraussetzung der Ladungserhaltung des Pions ausgewertet werden :

$$\hat{\phi} = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \\ \phi_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_x + i\phi_y) \\ \phi_z \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_x - i\phi_y) \end{pmatrix} \quad (\text{A3.7})$$

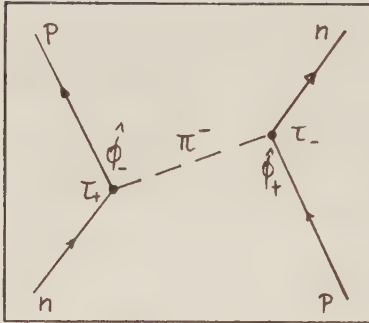
bzw.
$$(\underline{\tau} \cdot \hat{\phi}) = \sum_q (-1)^q \cdot \tau^{+q} \cdot \hat{\phi}_q$$

$$\begin{aligned} [\underline{\tau} \times \hat{\phi}]^0 &= \sum_m (1m \ 1-m | 00) \tau^m \cdot \hat{\phi}_{-m} \\ &= \frac{-1}{\sqrt{3}} \cdot \sum_m (-1)^m \tau^m \cdot \hat{\phi}_{-m} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (\underline{\tau} \cdot \hat{\phi}) = -\sqrt{3} \cdot [\underline{\tau} \times \hat{\phi}]^0$$

analog
$$(\underline{\tau} \times \hat{\phi})_m = -i\sqrt{2} \cdot [\underline{\tau} \times \hat{\phi}]_m^1 \quad (\text{A3.8})$$

Betrachten wir nochmals Gleichung (A3.7) und nachfolgende Skizze, so erhalten wir nachfolgende Operatorfunktion der Komponenten von :



$\hat{\phi}_-$	VERNICHTET	π^+
$\hat{\phi}_-$	ERZEUGT	π^-
$\hat{\phi}_+$	VERNICHTET	π^-
$\hat{\phi}_+$	ERZEUGT	π^+

(A3.9)

$$\begin{aligned}
 (\underline{\tau}_i \cdot \hat{\phi}) \cdot (\underline{\tau}_j \cdot \hat{\phi}) &= 3 \cdot [\underline{\tau}_i \times \hat{\phi}]^0 \times [\underline{\tau}_j \times \hat{\phi}]^0]^\circ \\
 &= 3 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot [\underline{\tau}_i \times \underline{\tau}_j]^\circ \cdot [\hat{\phi} \times \hat{\phi}]^\circ + \right. \\
 &\quad \left. + 3 \cdot \frac{1}{3\sqrt{3}} [\underline{\tau}_i \times \underline{\tau}_j]^1 \times [\hat{\phi} \times \hat{\phi}]^1 \right)^\circ \\
 &= [\underline{\tau}_i \times \underline{\tau}_j]^\circ \cdot [\hat{\phi} \times \hat{\phi}]^\circ = \\
 &= \frac{1}{3} (\underline{\tau}_i \cdot \underline{\tau}_j) \cdot (\hat{\phi} \cdot \hat{\phi}) = \\
 &= (\underline{\tau}_i \cdot \underline{\tau}_j)
 \end{aligned}$$

(A3.10)

Im allgemeinen Fall resultiert für obiges Skalarprodukt

$$(\underline{5} \cdot \underline{k}) \cdot (\underline{5} \cdot \underline{k}) = \underline{1}_5 \cdot (\underline{k} \cdot \underline{k}') + i \underline{5} (\underline{k} \times \underline{k}') \quad (A3.11)$$

Mittels dieser Gleichung (A3.11) und den Gleichungen (A3.8) soll nochmals kurz auf den relevanten Unterschied zwischen der reellen Amplitude und somit des jeweiligen Betragsquadrats vom direkten bzw. gekreuzten Born-Term aus Gleichung (3.54.4/5).

$$\begin{aligned} OP_{DB} = & -\sqrt{3} \cdot [q \times k]^0 \cdot (-\sqrt{3}) \cdot [\hat{\phi} \times \hat{\phi}']^0 + \\ & -i(-\sqrt{3}) \cdot [q \times k]^0 \cdot (-\sqrt{3}) \cdot [\tau \times [\hat{\phi} \times \hat{\phi}']^1]^0 \cdot (-i\sqrt{2}) \\ & -i(-i\sqrt{2}) \cdot (-\sqrt{3}) \cdot [\sigma \times [q \times k]^1]^0 \cdot (-\sqrt{3}) \cdot [\hat{\phi} \times \hat{\phi}']^0 \\ & - \left((-i\sqrt{2}) \cdot (-\sqrt{3}) \right)^2 \cdot [\sigma \times [q \times k]^1]^0 \cdot [\tau \times [\hat{\phi} \times \hat{\phi}']^1]^0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} OP_{DB} = & +3 [q \times k]^0 \cdot [\hat{\phi} \times \hat{\phi}']^0 \\ & -3\sqrt{2} \cdot [q \times k]^0 \cdot [\tau \times [\hat{\phi} \times \hat{\phi}']^1]^0 \\ & -3\sqrt{2} \cdot [\sigma \times [q \times k]^1]^0 \cdot [\hat{\phi} \times \hat{\phi}']^0 \\ & + 6 \cdot [\sigma \times [q \times k]^1]^0 \cdot [\tau \times [\hat{\phi} \times \hat{\phi}']^1]^0 \end{aligned}$$

(A3.12)

$$\begin{aligned}
 CP_{c_B} = & (-1) \cdot \left\{ 3 \cdot [q \times k']^0 \cdot [\hat{\phi} \times \hat{\phi}']^0 \right. \\
 & + i(-\sqrt{3}) \cdot [q \times k']^0 \cdot [\tau \times [\hat{\phi} \times \hat{\phi}']^1]^0 (-\sqrt{3}) \cdot (-i\sqrt{2}) \\
 & + i(-\sqrt{3}) \cdot (-i\sqrt{2}) \cdot [\sigma \times [q \times k']^1]^0 \cdot (-\sqrt{3}) \cdot [\hat{\phi} \times \hat{\phi}']^0 \\
 & \left. - ((-i\sqrt{2}) \cdot (-\sqrt{3}))^2 \cdot [\sigma \times [q \times k']^1]^0 \cdot [\tau \times [\hat{\phi} \times \hat{\phi}']^1]^0 \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 CP_{c_B} = & (-1) \cdot \left\{ + 3 \cdot [q \times k']^0 \cdot [\hat{\phi} \times \hat{\phi}']^0 \right. \\
 & + 3\sqrt{2} \cdot [q \times k']^0 \cdot [\tau \times [\hat{\phi} \times \hat{\phi}']^1]^0 \\
 & + 3\sqrt{2} \cdot [\sigma \times [q \times k']^1]^0 \cdot [\hat{\phi} \times \hat{\phi}']^0 \\
 & \left. + i \cdot [\sigma \times [q \times k']^1]^0 \cdot [\tau \times [\hat{\phi} \times \hat{\phi}']^1]^0 \right\}
 \end{aligned}$$

(A3.13)

Aus Vergleich der Gleichungen (A3.12/13) folgt unmittelbar die in Kapitel (3.1.3) diskutierte Kancellierung der jeweiligen Kanalampplituden.

A4 ENTWICKLUNG DER INTERNEN FRAGMENTFUNKTION

In diesem Abschnitt soll die Entwicklung bzw. Umkopplung des aus den Amplituden der jeweiligen Elementarmechanismen resultierenden Operators, wie er z.B. in Gleichung (5.10) gegeben ist, detailliert vorgeführt werden. Das erklärte Ziel ist es, den nachfolgenden Ausdruck in einer fragment-separablen Form zu präsentieren, um schließlich die Spin-Bahn-Abhängigkeit am Produktionsvertex (siehe z.B. Gleichung (3.25.1)) bzw. der Rückstreuung (Gleichung (3.25.2)) spezifizieren zu können.

$$R(i, j) = e^{-iq \cdot v_i(s)} \cdot e^{iQ \cdot v_j(4)} \cdot \left[[E_i \times \vec{v}_i]^{\alpha} \times [q \times [q^{\beta} \times k^{\gamma}]^{\alpha}]^{\beta} \right]^{\gamma} \quad (\text{A.4.1})$$

wobei $P = 0$ (1) die s-(p-)Wellenrückstreuung repräsentiert. Der gewählte Rechenweg wird am Beispiel der Projektilemission vorgestellt. Das Ergebnis für die Targetemission ist mittels der in Kapitel 3.4 gewonnenen Erkenntnisse leicht zu verifizieren.

Die Entwicklung der ebenen Welle nach Kugelflächenfunktionen lautet in gekoppelter Darstellung:

$$\exp(iq \cdot r) = 4\pi \cdot \sum_{\ell} i^{\ell} \cdot (-1)^{\ell} \cdot \hat{\ell} \cdot j_{\ell}(q \cdot r) \cdot [\gamma_{\ell}(\hat{q}) \times \gamma_{\ell}(\hat{r})]^0 \quad (\text{A.4.2})$$

Ohne weitere Kommentierung ergibt sich für Gleichung (A.4.1):

$$R(i,j) = (4\pi)^2 \cdot \sum_{\ell_1 \ell_2} i^{-\ell_1 + \ell_2} \cdot (-1)^{\ell_1 + \ell_2}$$

$$\sum_{\ell} \hat{\ell} \cdot j_{\ell_1}(q v_i(s)) \cdot j_{\ell_2}(Q v_j(\gamma)) \cdot$$

$$\cdot \left[\left[Y_{\ell_1}(\hat{v}_i) \times Y_{\ell_2}(\hat{v}_j) \right]^{\ell} \times \left[Y_{\ell_1}(\hat{q}) \times Y_{\ell_2}(\hat{Q}) \right]^{\ell} \right]^0 \times$$

$$\times \left[\left[\sigma_i \times \sigma_j^{\alpha} \right]^{\delta} \times \left[q \times \left[q^P \times k^P \right]^{\alpha} \right]^{\delta} \right]^0$$

$$R(i,j) = (4\pi)^2 \cdot \sum_{\ell_1 \ell_2} i^{-\ell_1 + \ell_2} \cdot (-1)^{\ell_1 + \ell_2}$$

$$\cdot \sum_{\ell} \hat{\ell} \cdot j_{\ell_1}(q v_i(s)) \cdot j_{\ell_2}(Q v_j(\gamma))$$

$$\cdot \sum_{\hat{\Gamma}} \hat{\Gamma} \cdot \frac{1}{\hat{\Gamma}^2} \cdot \sum_{\hat{\Gamma}_1 \hat{\Gamma}_2} \hat{\ell} \hat{\gamma} \hat{\Gamma}_1 \hat{\Gamma}_2 \left\{ \begin{matrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell \\ 1 & \alpha & \gamma \\ \hat{\Gamma}_1 & \hat{\Gamma}_2 & \hat{\Gamma} \end{matrix} \right\} \cdot$$

$$\cdot \left[\left[Y_{\ell_1}(\hat{v}_i) \times \sigma_i \right]^{\hat{\Gamma}_1} \times \left[Y_{\ell_2}(\hat{v}_j) \times \sigma_j^{\alpha} \right]^{\hat{\Gamma}_2} \right]^{\hat{\Gamma}} \times$$

$$\times \left[\left[Y_{\ell_1}(\hat{q}) \times Y_{\ell_2}(\hat{Q}) \right]^{\ell} \times \left[q \times \left[q^P \times k^P \right]^{\alpha} \right]^{\delta} \right]^{\hat{\Gamma}} \right]^0$$

$$\left[q \times \left[q^P \times k^P \right]^{\alpha} \right]^{\delta} =$$

$$= \left(\sqrt{\frac{4\pi}{3}} \right)^3 \cdot q \cdot q^P k^P \cdot (1 + 2 \cdot \hat{\sigma}_{P,0}) \cdot (-1)^{\alpha+1-\delta} \cdot$$

$$\cdot \left[\left[Y_0(\hat{q}) \times Y_P(\hat{k}) \right]^{\alpha} \times Y_1(\hat{q}) \right]^{\delta}$$

$$= \left(\sqrt{\frac{4\pi}{3}} \right)^2 \cdot q \cdot (q \cdot k)^P \cdot (1 + 2 \cdot \hat{\sigma}_{P,0}) \cdot (-1)^{\alpha+1-\delta} \cdot (-1)^{P+1+\alpha}$$

$$\cdot \sum_{\delta} \hat{\delta} \hat{\alpha} \cdot (-1)^{\delta} \cdot \left\{ \begin{matrix} P & 1 & \delta \\ \gamma & P & \alpha \end{matrix} \right\} \cdot \left[\left[Y_P(\hat{q}) \times Y_1(\hat{q}) \right]^{\delta} \times Y_P(\hat{k}) \right]^{\gamma}$$

$$[q \times [q^p \times k^p]^\alpha]^\gamma =$$

$$= \frac{4\pi}{3} \cdot \hat{p} \cdot q \cdot (q \cdot k)^p \cdot (1 + 2 \cdot \delta_{p,0}) \cdot$$

$$\cdot \sum_{\delta} (-1)^{\delta-1-\gamma} \cdot \hat{\delta} \cdot \hat{\alpha} \cdot \begin{Bmatrix} p & 1 & \delta \\ \gamma & p & \alpha \end{Bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p & 1 & \delta \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot [Y_{\delta}(\hat{q}) \times Y_p(\hat{k})]^\gamma$$

$$[[Y_{\ell_1}(\hat{q}) \times Y_{\ell_2}(\hat{q})]^\ell \times [Y_{\delta}(\hat{q}) \times Y_p(\hat{k})]^\gamma]^\Gamma =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \cdot \hat{\ell}_1 \cdot \hat{\delta} \cdot \sum_{L_1 L_2} \hat{\ell} \cdot \hat{\gamma} \cdot \hat{L}_1 \cdot \hat{L}_2 \cdot \begin{Bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell \\ \delta & p & \gamma \\ L_1 & L_2 & I \end{Bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ell_1 & \delta & L_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot (-1)^{\ell_1 - \delta + L_1 + L_2 - I} \cdot \sum_L (-1)^{L_1 + p + L + L_2} \cdot \hat{L}_2 \cdot \hat{L} \cdot$$

$$\cdot \begin{Bmatrix} \ell_2 & L_1 & L \\ I & p & L_2 \end{Bmatrix} \cdot [[Y_{\ell_2}(\hat{q}) \times Y_{L_1}(\hat{q})]^L \times Y_p(\hat{k})]^\Gamma$$

$$\sum_{L_2} (\hat{L}_2)^2 \cdot \begin{Bmatrix} \ell_2 & \ell_2 & \ell \\ \delta & p & \gamma \\ L_1 & L_2 & I \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ell_2 & L_1 & L \\ I & p & L_2 \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} \ell & \gamma & I \\ p & L & \delta \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ell_1 & \delta & L_1 \\ L & \ell_2 & \ell \end{Bmatrix}$$

$$\bar{\Gamma}(i, j) = (4\pi)^2 \cdot \sqrt{4\pi} \cdot \frac{1}{3} \cdot (1 + 2 \cdot \delta_{P,0}) \cdot \hat{P} \cdot$$

$$q \cdot (q \cdot k)^{\hat{F}} \cdot \hat{\alpha} \cdot (-1)^{\hat{F}} \cdot$$

$$j_{\ell_1}(q \cdot v_i) \cdot j_{\ell_2}(q \cdot v_j) \cdot$$

$$\cdot \sum_{\ell_1, \ell_2} i^{\ell_2 - \ell_1} \cdot (-1)^{\ell_2} \cdot \hat{\ell}_1 \cdot$$

$$\cdot \sum_{\ell \quad \Gamma \quad \Gamma_1 \quad \Gamma_2} (\hat{\ell}) \cdot \Gamma \cdot \hat{\Gamma}_1 \hat{\Gamma}_2 \cdot \hat{\gamma} \cdot (-1)^{\Gamma} \cdot \begin{Bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell \\ 1 & \alpha & \gamma \\ \Gamma_1 & \Gamma_2 & \Gamma \end{Bmatrix} \cdot$$

$$\cdot \sum_{\hat{\ell}} (\hat{\delta})^2 \cdot (-1)^{\hat{\ell}} \cdot \begin{Bmatrix} \hat{F} & 1 & \hat{\delta} \\ \hat{\gamma} & \hat{F} & \alpha \end{Bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{P} & 1 & \hat{\delta} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot \sum_{\ell_1, \ell_2} \hat{\ell}_1 \cdot \hat{\ell}_2 \cdot (-1)^{\ell_1} \cdot \begin{pmatrix} \ell_1 & \delta & L_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ell & \gamma & \Gamma \\ \hat{F} & L & \delta \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ell_1 & \delta & L_1 \\ L & \ell_2 & \ell \end{Bmatrix} \cdot$$

$$\cdot \left[\left[\left[Y_{\ell_1}(\hat{v}_i) \times \sigma_i \right]^{\Gamma_1} \times \left[Y_{\ell_2}(\hat{v}_j) \times \sigma_j^{\alpha} \right]^{\Gamma_2} \right]^{\Gamma} \times$$

$$\times \left[\left[Y_{\ell_2}(\hat{Q}) \times Y_{L_1}(\hat{q}) \right]^L \times Y_P(\hat{k}) \right]^{\Gamma} \right]^0$$

—

ANHANG A5

Die Ableitung der T-Matrix

In diesem Abschnitt soll der rote Faden zur Berechnung der T-Matrix detailliert ausgeführt werden:

$$T_{fi} = \langle f_{in} | \hat{H} | i_{in} \rangle \quad (A5.1)$$

Die Konstruktion des totalen Wechselwirkungsoperators ist in Kapitel 3 ausführlich vorgestellt worden. In der folgenden Ableitung legen wir das Ergebnis aus Gleichung (3.74) zu Grunde, hierin fanden alle betrachteten Elementarprozesse gemäß Figur 13 sowie Projektil (PE)- und Targetemission (TE) Berücksichtigung.

Im ersten Schritt wird der orbitale Anteil der internen Fragmentwellenfunktionen nach Drehimpulsen entwickelt, der mit dem entsprechenden Spinfreiheitsgrad zur Gesamtmultipolarität des Übergangs gekoppelt wird. Dieser Weg wurde bereits im vorangehenden Anhang A4 ausführlich beschrieben. Unter diesem Aspekt folgt für den Wechselwirkungsoperator aus Gleichung (3.74) nachstehende Beziehung. Die elementarspezifischen Größen P_{IS} bzw. S_5 sind mit Gleichungen (3.65/66), der konstante Faktor $const.$ ist in Gleichung (3.67) gegeben. Die benötigten Wellenfunktionen des Ein- und Ausgangskanals sind den Gleichungen (5.2 bzw. 5.3) zu entnehmen.

Der somit resultierende orbitale Anteil der T-Matrix ist in Anhang A2, Gleichung (A2.17) spezifiziert:

$$\mathcal{H} = \mathcal{C} \cdot \int d^3 q v(q) \int d^3 k d^3 q_n e^{i k' q_n} e^{-i \frac{k'}{\sqrt{2}} \underline{z}_{in}}.$$

$$\left\{ \sum_{i,j} e^{-i q v_i(q)} e^{+i q v_j(q)} e^{-i \alpha_{\alpha} (q - \beta, \underline{k}') \underline{z}_{\alpha}'} \sum_{\alpha \beta \gamma \rho} \left(\frac{\hat{\rho}}{\gamma} \hat{\rho}_{\gamma}^{(\alpha, \beta, \gamma)} \delta_{\rho, 0} + \hat{\zeta}_5 (\alpha, \beta, \gamma) \delta_{\rho, 0} \right) \right. \\ \cdot [\hat{\zeta}_2 \times \hat{\zeta}_3^{\alpha}]^{\gamma} \times [\hat{q} \times [\hat{q} \times \hat{k}^{\beta}]^{\alpha}]^{\gamma}]^0 \cdot [\hat{C} \tau_i \times \tau_j^{\alpha}]^{\gamma} \times \phi^{\gamma}]^0 + \\ + \sum_{i,j} e^{+i \mathcal{Q} v_i(q)} e^{-i q v_j(q)} e^{i \alpha_{\alpha} (q - \beta, \underline{k}') \underline{z}_{\alpha}'} \sum_{\alpha \beta \gamma \rho} \left(\frac{\hat{\rho}}{\gamma} \hat{\rho}_{\gamma}^{(\alpha, \beta, \gamma)} \delta_{\rho, 0} + \hat{\zeta}_5 (\alpha, \beta, \gamma) \delta_{\rho, 0} \right) \cdot (-1)^{1+K-\gamma} (-1)^{\beta} \\ \cdot [\hat{\zeta}_2^{\alpha} \times \hat{\zeta}_3^{\gamma}]^{\beta} \times [\hat{q} \times [\hat{q} \times \hat{k}^{\rho}]^{\alpha}]^{\beta}]^0 \cdot [\hat{C} \tau_i^{\beta} \times \tau_j^{\alpha}]^{\gamma} \times \phi^{\gamma}]^0 \left. \right\}$$

$$\mathcal{H} = \mathcal{C} \cdot \int d^3 q v(q) \int d^3 k' d^3 q_n e^{i k' q_n} e^{-i \frac{k'}{\sqrt{2}} \underline{z}_{in}}$$

$$\left\{ \sum_{i,j} e^{-i \alpha_{\alpha} (q - \beta, \underline{k}') \underline{z}_{\alpha}'} \sum_{\alpha \beta \gamma \rho} [\hat{C} \tau_i \times \tau_j^{\alpha}]^{\gamma} \times \phi^{\gamma}]^0 \left(\frac{\hat{\rho}}{\gamma} \hat{\rho}_{\gamma}^{(\alpha, \beta, \gamma)} \delta_{\rho, 0} + \hat{\zeta}_5 (\alpha, \beta, \gamma) \delta_{\rho, 0} \right) \cdot q (q, k')^{\rho} \hat{\alpha} (-1)^{\beta} \sum_{\underline{L}_1 \underline{L}_2} \underline{L}_1 \underline{L}_2 (-1)^{\underline{L}_1 + \underline{L}_2} \right. \\ \cdot \hat{\rho}_{\alpha}^{\beta} \cdot \sum_{\underline{L}_1 \underline{L}_2 \underline{L}_3 \underline{L}_4} \frac{(\hat{L}_1)^{\beta} \hat{L}_1 \hat{L}_2 \hat{L}_3 \hat{L}_4 (-1)^{\underline{L}_1}}{\hat{L}_1 \hat{L}_2 \hat{L}_3 \hat{L}_4} \cdot \sum_{\underline{L}} \hat{\rho}_{\underline{L}}^{(\beta)} (-1)^{\beta} \left\{ \hat{V} \rho \alpha \right\} \cdot \left(\hat{\rho} \hat{\alpha} \delta \right) \cdot \sum_{\underline{L}_1} \hat{L}_1 (0 \ 0 \ 0) \cdot \sum_{\underline{L}} (-1)^{\underline{L}} \left\{ \hat{L}_1 \hat{L}_2 \hat{L}_3 \right\} \left\{ \hat{L}_1 \hat{L}_2 \hat{L}_3 \right\} \\ \cdot j_{\underline{L}_1} (q v_1) \cdot j_{\underline{L}_2} (q v_2) \cdot j_{\underline{L}_3} (q v_3) \cdot j_{\underline{L}_4} (q v_4) \cdot [\hat{C} \tau_i \hat{L}_1 (\hat{\alpha}) \times \hat{\zeta}_1^{\alpha}]^{\underline{L}_1}]^{\underline{L}_1} \times [\hat{C} \tau_j \hat{L}_2 (\hat{\alpha}) \times \hat{\zeta}_2^{\alpha}]^{\underline{L}_2}]^{\underline{L}_2}]^0 + \\ + \sum_{i,j} e^{+i \alpha_{\alpha} (q - \beta, \underline{k}') \underline{z}_{\alpha}'} \sum_{\alpha \beta \gamma \rho} [\hat{C} \tau_i^{\beta} \times \tau_j^{\alpha}]^{\gamma} \times \phi^{\gamma}]^0 (-1)^{\beta} \cdot \left(\frac{\hat{\rho}}{\gamma} \hat{\rho}_{\gamma}^{(\alpha, \beta, \gamma)} \delta_{\rho, 0} + \hat{\zeta}_5 (\alpha, \beta, \gamma) \delta_{\rho, 0} \right) \cdot q (q, k')^{\rho} \hat{\alpha} (-1)^{\beta} \sum_{\underline{L}_1 \underline{L}_2} \underline{L}_1 \underline{L}_2 (-1)^{\underline{L}_1 + \underline{L}_2} \\ \cdot \hat{\rho}_{\alpha}^{\beta} \cdot \sum_{\underline{L}_1 \underline{L}_2 \underline{L}_3 \underline{L}_4} \frac{(\hat{L}_1)^{\beta} \hat{L}_1 \hat{L}_2 \hat{L}_3 \hat{L}_4 (-1)^{\underline{L}_1}}{\hat{L}_1 \hat{L}_2 \hat{L}_3 \hat{L}_4} \cdot \sum_{\underline{L}} \hat{\rho}_{\underline{L}}^{(\beta)} (-1)^{\beta} \left\{ \hat{V} \rho \alpha \right\} \cdot \left(\hat{\rho} \hat{\alpha} \delta \right) \cdot \sum_{\underline{L}_1} \hat{L}_1 (0 \ 0 \ 0) \cdot \sum_{\underline{L}} (-1)^{\underline{L}} \left\{ \hat{L}_1 \hat{L}_2 \hat{L}_3 \right\} \left\{ \hat{L}_1 \hat{L}_2 \hat{L}_3 \right\} \\ \cdot j_{\underline{L}_1} (q v_1) \cdot j_{\underline{L}_2} (q v_2) \cdot j_{\underline{L}_3} (q v_3) \cdot j_{\underline{L}_4} (q v_4) \cdot [\hat{C} \tau_i \hat{L}_1 (\hat{\alpha}) \times \hat{\zeta}_1^{\alpha}]^{\underline{L}_1}]^{\underline{L}_1} \times [\hat{C} \tau_j \hat{L}_2 (\hat{\alpha}) \times \hat{\zeta}_2^{\alpha}]^{\underline{L}_2}]^{\underline{L}_2}]^0 \left. \right\}$$

Die Berechnung der Übergangsamplitude T_{fi} nimmt mit den soeben eingeführten Ingredienzien folgenden Weg, wobei erforderliche Zwischenrechnungen etc. sofort an der benötigten Stelle in klarer Weise eingeschoben werden:

Die Ortsraumintegration über die Relativkoordinate $\underline{R}_{12}$ dient zur Fouriertransformation der Oszillatorwellenfunktion der gebildeten dinuklearen Konfiguration:

$$\frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3 R_{12} \cdot \phi_{NL_{12}}^* (\underline{R}_{12}) \cdot e^{i \tilde{\underline{K}}_P \cdot \underline{R}_{12}} = \phi_{NL_{12}}^* (\tilde{\underline{K}}_P) \quad (A5.4)$$

$$\phi_{NL_{12}}^* (\tilde{\underline{K}}_P) = i^{L_{12}} \cdot \phi_{NL_{12}} (\tilde{\underline{K}}_P) \cdot Y_{L_{12} M_{L_{12}}}^* (\hat{\tilde{\underline{K}}}_P) \quad (A5.5)$$

bzw. vollkommen analog:

$$\phi_{NL_{12}}^* (\tilde{\underline{K}}_T) = i^{L_{12}} \cdot \phi_{NL_{12}} (\tilde{\underline{K}}_T) \cdot Y_{L_{12} M_{L_{12}}}^* (\hat{\tilde{\underline{K}}}_T) \quad (A5.6)$$

wobei

$$\begin{aligned} \tilde{\underline{K}}_P &= \underline{K}_{12} - \underline{q} + \beta_P \cdot \underline{k}_\pi \\ \tilde{\underline{K}}_T &= \underline{K}_{12} + \underline{q} - \beta_T \cdot \underline{k}_\pi \end{aligned} \quad \text{bzw.} \quad (A5.7)$$

$$\alpha_{12} = \sqrt{\frac{B}{H_1 \cdot H_2}} \quad ; \quad \beta_P = \frac{H_1}{B} \quad ; \quad \beta_T = \frac{H_2}{B} \quad (A5.8)$$

Die Winkelabhängigkeit der T-Matrix beinhaltet allgemein das nachstehende Tensorprodukt:

$$Z = \left[Y_{L_2, l_1}(\hat{q}) \times Y_{L_1}(\hat{q}) \right]^L \times Y_P(\hat{k}_\pi) \Big|_{-m_T}^I \cdot Y_{L_{12}, M_{L_{12}}}^* (\hat{\tilde{\underline{K}}}_{P,T}) \quad (A5.9)$$

Gemäß Kapitel 5 sind wir an dieser Stelle genötigt, die sogenannte kollineare Näherung einzubringen. Diese findet ihren Ursprung in den Vektorsummen $\underline{Q}$ bzw. $\underline{K}_{P/T}$, die ihrerseits wieder $\underline{q}$ und $\underline{k}_\pi$ enthalten, und somit ein eindeutiges Zusammenkoppeln derselben zunichte machen.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit führen wir ein:

$$\underline{K}_{12} \parallel \underline{e}_z$$

Kollinearität $\underline{q} \parallel \underline{K}_{12}$

daraus folgt aber notwendigerweise:

$$\underline{K}_{12} \parallel \underline{q} \parallel \underline{Q} \parallel \underline{K}_{P/T} \parallel \underline{e}_z \quad (\text{A5.10})$$

Somit resultiert für Z_1 aus Gleichung (A5.9), wobei sich die Doppelindizierung bei $l_{2/1}$ auf PE bzw. TE bezieht:

$$\begin{aligned} Z_1 = & \sum_{m_{L1}} \sum_{m_{L2/1} m_{L1}} (-1)^{+P-m_I} \cdot \hat{I} \cdot \begin{pmatrix} L & P & I \\ m_L & \gamma & m_I \end{pmatrix} \cdot \\ & (-1)^{L_{2/1} - L_1 + m_L} \cdot \hat{L} \cdot \begin{pmatrix} l_{2/1} & L_1 & L \\ m_{L2/1} & m_{L1} & -m_L \end{pmatrix} \cdot \\ & \cdot Y_{l_{2/1} m_{L2/1}}(\hat{Q}) \cdot Y_{L_1 m_{L1}}(\hat{q}) \cdot Y_{P_1 \gamma}(\hat{k}_\pi) \cdot Y_{L_{12} M_{L_{12}}}^* (\hat{K}_{P/T}) \end{aligned} \quad (\text{A5.11})$$

Kollinearität $\implies M_{L_{12}} = 0 \wedge m_{L_1} = 0 \wedge m_{L_{2/1}} = 0$

$$\implies m_L = 0 \implies m_I = -\gamma$$

$$\begin{aligned}
 Z_1 = & (-1)^{L-P+V} \cdot \hat{I} \cdot \begin{pmatrix} L & P & I \\ 0 & V & -V \end{pmatrix} \cdot (-1)^{L_{211}-L_1} \cdot \hat{L} \cdot \\
 & \cdot \begin{pmatrix} L_{211} & L_1 & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{\hat{L}_1}{\sqrt{4\pi}} \cdot (-1)^{\Theta(1Q1) \cdot L_{211}} \cdot \frac{\hat{L}_{211}}{\sqrt{4\pi}} \cdot \\
 & \cdot (-1)^{\Theta(1\tilde{K}_{P/T}1) \cdot L_{12}} \cdot \frac{\hat{L}_{12}}{\sqrt{4\pi}} \cdot \gamma_{P,V}(\hat{k}_\pi)
 \end{aligned} \quad (A5.12)$$

Die Sprungfunktion $\Theta(|\underline{x}|)$ ist definiert durch:

$$\Theta(|\underline{x}|) = \begin{cases} 0 & x \geq 0 \\ 1 & x < 0 \end{cases} \quad (A5.13)$$

Durchläuft die Integrationsvariable q ihren Wertebereich, so erfahren die Größen $\underline{Q}$ bzw. $\underline{K}_{P/T}$ in der kollinearen Näherung einen unstetigen Vorzeichenwechsel, der mittels $\Theta(|\underline{x}|)$ Berücksichtigung findet.

Als vorläufig letzte Zwischenrechnung bleibt die Reduktion der Matrixelemente in Gleichung (A5.3), die hier für den Fall der Projektilemission exemplarisch vorgestellt wird:

$$\begin{aligned}
 M(i,j) = & \langle [(j'_1, t'_1) \times (j'_2, t'_2)]_{m'_1, m'_2}^{j_{12}, T_f} \mid \sum_{i,j} j_{e_1}(q, x_i) \cdot \\
 & \cdot [\gamma_{e_1}(\hat{v}_i) \times \hat{s}_i]^{I_1} \times [\gamma_{e_2}(\hat{v}_j) \times \hat{s}_j^\alpha]^{I_2}]_{+m_T}^I \cdot j_{e_2}(Q, y_j) \cdot \\
 & \cdot [\tau_i \times \tau_j^\beta]_{-c_\pi}^1 \mid [(j_1, t_1) \times (j_2, t_2)]_{m_1, m_2}^{j_1, t} \rangle
 \end{aligned} \quad (A5.14)$$

$$\begin{aligned}
 M(i_f j) &= (-1)^{j_n - M_n} \cdot (-1)^{T_f - M_T} \cdot \hat{j}_n \cdot \hat{I} \cdot \hat{j} \cdot \hat{T}_f \cdot \sqrt{3} \cdot \hat{t} \cdot \\
 &\cdot \begin{pmatrix} j_n & I & j \\ -M_n & m_I & m \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_f & 1 & t \\ -M_T & -c_n & m_t \end{pmatrix} \cdot \left\{ \begin{matrix} j_1' & j_2' & j_n \\ j_1 & j_2 & j \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} t_1' & t_2' & T_f \\ t_1 & t_2 & t \\ 1 & \beta & 1 \end{matrix} \right\} \cdot \\
 &\cdot \langle (j_1' t_1') ||| \sum_{i \in A_1} j_{\ell_1}(q v_i) \cdot [Y_{\ell_1}(\hat{v}_i) \times \epsilon_i]^{I_1} \cdot \tau_i ||| (j_1 t_1) \rangle \cdot \\
 &\cdot \langle (j_2' t_2') ||| \sum_{j \in A_2} j_{\ell_2}(Q v_j) \cdot [Y_{\ell_2}(\hat{v}_j) \times \epsilon_j^\alpha]^{I_2} \cdot \tau_j^\beta ||| (j_2 t_2) \rangle
 \end{aligned}
 \tag{A5.15}$$

Schließlich führen wir noch folgende Abkürzungen ein:

$$\begin{aligned}
 m^{(1)}(q; \ell_1, 1, I_1; 1) &:= \\
 = \langle (j_1' t_1') ||| \sum_{i \in A_1} j_{\ell_1}(q v_i) \cdot [Y_{\ell_1}(\hat{v}_i) \times \epsilon_i]^{I_1} \cdot \tau_i ||| (j_1 t_1) \rangle
 \end{aligned}
 \tag{A5.16}$$

$$\begin{aligned}
 m^{(2)}(Q; \ell_2, \alpha, I_2; \beta) &:= \\
 = \langle (j_2' t_2') ||| \sum_{j \in A_2} j_{\ell_2}(Q v_j) \cdot [Y_{\ell_2}(\hat{v}_j) \times \epsilon_j^\alpha]^{I_2} \cdot \tau_j^\beta ||| (j_2 t_2) \rangle
 \end{aligned}
 \tag{A5.17}$$

$$\begin{aligned}
 J &:= (t_1 m_{t_1} t_2 m_{t_2} | t m_t) \cdot (-1)^{T_f - M_T} \cdot \hat{T}_f \cdot \hat{t} \cdot \\
 &\cdot \begin{pmatrix} T_f & 1 & t \\ -M_T & -c_n & m_t \end{pmatrix} \cdot (-1)^{1+c_n}
 \end{aligned}
 \tag{A5.18}$$

Mit den Gleichungen (A5.4/12/15) kehren wir zur T-Matrix in Gleichung (A5.3) zurück:

Im Summanden der Targetemission muß eine zusätzliche Phase $(-1)^{L_1}$ auftreten. Diese resultiert in kollinearer Betrachtung daraus, daß hier gilt:

$$q = -|q| \hat{e}_z$$

Die daraus folgende Phase läßt sich wie folgt zusammenfassen

$$(-1)^{L_1 + \alpha + L_2 + p + 1} = (-1)^{L + p + 1} \cdot (-1)^\alpha \quad (\text{A5.20})$$

Die Summation über die Projektion des Ausgangskanalspins M_{12} kann isoliert ausgeführt werden:

$$\sum_{M_{12}} \begin{pmatrix} j_1 & L_{12} & j_2 \\ M_{12} & M_{L_{12}} & M_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} j_1 & 1 & j \\ -M_{12} & -v & m \end{pmatrix} =$$

$$= \sum_{j, m_j} (-1)^{j + 2j_1 + j + m + 1} \cdot (\hat{g})^2 \cdot$$

$$\begin{pmatrix} -j_2 & 0 & j \\ 0 & v & m_j \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} - & j_2 & g \\ m & -M_2 & -m_g \end{pmatrix} \cdot$$

$$\begin{pmatrix} L_{12} & j_2 & -v \\ j & 1 & g \end{pmatrix} \cdot \hat{g}_{v, m_g}$$

(A5.21)

Die Begründung für die Beschränkung der Projektion m_g der Gesamtmultipolarität des Übergangs g auf die Projektion v der auslaufenden Pionenwelle p ist wiederum in der Kollinearität ($M_{L_{12}} = 0$) zu finden. Somit resultiert schließlich für die T-Matrix umseitiger Zusammenhang:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{T}_{fi} = & \left(\frac{1}{2\pi} \right)^3 \cdot \frac{f}{m_{\pi}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{m_{\pi}}} \right)^3 \sum_{l_1, l_2, l_3} (C^*)^{l_1} \cdot \hat{g}_{l_1, l_2, l_3} \cdot \hat{g}_{l_1, l_2, l_3} \cdot (-1)^{2M_1} \cdot (-1)^{2J_1} \cdot \sum_{j, m} (-1)^{j_1 - j_2 + j + 1} \\
 & (\hat{g})^2 \left(\frac{d_1}{m_1} \frac{d_2}{m_2} \frac{d}{m} \right) \cdot \hat{g} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial u} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial v} \right) \cdot \sum_{l_1, l_2} \mathcal{T} \cdot \sum_{\alpha, \beta, \gamma, \rho} \left(\sum_n \hat{\mathcal{P}}_n(\alpha, \beta, \gamma) \delta_{\rho, \gamma} + \sum_x \hat{\mathcal{P}}_x(\alpha, \beta, \gamma) \delta_{\rho, \gamma} \right) \cdot \\
 & \cdot \alpha \cdot \hat{g} \cdot (-1)^{\alpha} \cdot \sum_{l_1, l_2} \hat{L}_{l_1} \hat{L}_{l_2} \cdot (-1)^{L_1 + L_2 + L_{12}} \cdot (i) \cdot L_1 + L_2 + L_{12} \cdot \sum_{I, I_1, I_2, I} \hat{L} \cdot \hat{I}_1 \cdot \hat{I}_2 \cdot \hat{I} \cdot \left\{ \begin{matrix} d_1 & d_2 & d \\ d_1 & d_2 & d \\ I_1 & I_2 & I \end{matrix} \right\} \\
 & \cdot \left\{ \begin{matrix} L_{12} & j_1 & j_2 \\ j & I & g \end{matrix} \right\} (L_{12} 0 \ I \ v \ | \ g \ v) \cdot (L 0 \ g \ v \ | \ I \ v) \cdot (L_1 0 \ L_2 \ 0 \ | \ L 0) \cdot \left(\begin{matrix} P \ P \ \alpha \\ 0 \ v \ v \end{matrix} \right) \cdot L_{12}^P \cdot \mathcal{Y}_{P, v}(\hat{k}_P) \cdot \\
 & \cdot \int dq \cdot v(q) \cdot q^{3+\nu} \cdot \left\{ (-1)^{L_1} \cdot (-1) \cdot \left(\begin{matrix} L_1 & L_2 & L \\ 1 & \alpha & \beta \end{matrix} \right) \cdot \left\{ \begin{matrix} L_1 & L_2 & L \\ I_1 & I_2 & I \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} t_1 & t_2 & t \\ t_1 & t_2 & t \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix} \right\} \cdot \Phi_{N_{L_{12}}}(\hat{k}_P) \cdot \right. \\
 & \cdot m^{(1)}(q, L_1, 1, I_1, 1) \cdot m^{(2)}(Q, L_2, \alpha, I_2, \beta) + \\
 & + (-1)^{1+\alpha-\beta} \cdot (-1)^{\beta} \cdot (-1)^{L_2+1} \cdot (-1)^P \cdot (-1)^{L_2} \cdot (-1) \cdot \Theta(Q) \cdot L_2 + \Theta(1 \hat{k}_P) \cdot L_{12} \cdot \left\{ \begin{matrix} L_1 & L_2 & L \\ I_1 & I_2 & I \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} t_1 & t_2 & t \\ t_1 & t_2 & t \\ \beta & 1 & 1 \end{matrix} \right\} \cdot \Phi_{N_{L_{12}}}(\hat{k}_P) \cdot \\
 & \cdot m^{(1)}(Q, L_1, \alpha, I_1, \beta) \cdot m^{(2)}(q, L_2, 1, I_2, 1) \left. \right\}
 \end{aligned}$$

ANHANG A6

Die Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnitts

Dieser Absatz schließt mit der Ableitung des differentiellen Wirkungsquerschnitts für die pionische Fusion unmittelbar an den vorangehenden an:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = J' \cdot \sum_{f_1, f_2} \sum_{i_1, i_2} |\tau_{fi}|^2 \quad (A6.1)$$

Für den Phasenraumfaktor gilt (siehe z.B. Mui 83):

$$J' = \frac{1}{8\pi^2} \cdot \frac{E_1 E_2 M_1 M_2}{E_1 E_2 M_1 M_2} \cdot \frac{k_{\pi}^{10}}{k_{12}^{10}} \cdot \frac{10}{4\pi} \quad (A6.2)$$

Die Berechnung der kinematischen Faktoren ist detailliert in Anhang A1 aufgeschlüsselt. Der Faktor $10/hc$ gewährleistet, daß der Wirkungsquerschnitt in Einheiten von mb/sr gegeben ist.

Da Eingangs- wie Ausgangskanal unpolarisiert vorliegen laufen die Summen in Gleichung (A6.1) über die jeweiligen Spinprojektionen m_1 und m_2 bzw. M_J :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = J' \cdot \sum_{M_J} \left(\frac{1}{j_1 \cdot j_2} \right)^2 \cdot \sum_{m_1 m_2} |\tau_{fi}|^2 \quad (A6.3)$$

Die Übergangsamplitude T_{fi} entnehmen wir dem vorangehenden Kapitel (A5). Wir beginnen mit der Summation der Kanalspinprojektionen m_1 und m_2 . Hierbei bezeichnet T_{Rest}^j den Anteil der T-Matrix aus Gleichung (A5.22), der keine m_1 - bzw. m_2 -Abhängigkeit aufweist.

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \mathcal{P} \cdot \left(\frac{1}{\hat{j}_1 \hat{j}_2} \right)^2 \cdot \sum_{M_j} \sum_{j m} (\hat{j})^2 \cdot \sum_{j' m'} (\hat{j}')^2 \cdot \sum_{m_1 m_2} \\
 &\quad \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j \\ m_1 & m_2 & -m \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j' \\ m_1 & m_2 & -m' \end{pmatrix} \cdot (T_{\text{Rest}_1}^j) \cdot (T_{\text{Rest}_1}^{j'})^* = \\
 &= \mathcal{P} \cdot \left(\frac{1}{\hat{j}_1 \hat{j}_2} \right)^2 \cdot \sum_{M_j} \sum_{j m} (\hat{j})^2 \cdot \sum_{j' m'} (\hat{j}')^2 \cdot \left(\frac{1}{\hat{j}} \right)^2 \cdot \delta_{jj'} \cdot \delta_{mm'} \\
 &\quad \cdot (T_{\text{Rest}_1}^j) \cdot (T_{\text{Rest}_1}^j)^* \\
 &= \mathcal{P} \cdot \left(\frac{1}{\hat{j}_1 \hat{j}_2} \right)^2 \cdot \sum_{M_j} \sum_{j m} (\hat{j})^2 \cdot |T_{\text{Rest}}^j|^2
 \end{aligned} \tag{A6.4}$$

Aus der Orthogonalitätsrelation der 3j-Symbole resultiert die inkohärente Addition der Kanalspinamplituden.

Um die Summen über die Spinprojektionen M_j des fusionierten Kerns und des Kanalspins des Eingangszustandes m auswerten zu können, gehen wir analog zur obigen Darstellung vor, und reduzieren $T_{\text{Rest}_1}^j$ derart, daß diese nicht mehr von M_j bzw. m abhängen:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \mathcal{P} \cdot \left(\frac{1}{\hat{j}_1 \hat{j}_2} \right)^2 \cdot \sum_j (\hat{j})^2 \cdot \sum_{g g'} \hat{g} \hat{g}' \cdot \sum_{\gamma \gamma'} \sum_{M_j m} \\
 &\quad \begin{pmatrix} j & j_1 & g \\ m & -M_j & -\gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} j & j_1 & g' \\ m & -M_j & -\gamma' \end{pmatrix} \cdot (T_{\text{Rest}}^{j g}) \cdot (T_{\text{Rest}}^{j g'})^*
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\Omega} &= P \cdot \left(\frac{1}{\hat{g}_1 \hat{g}_2} \right)^2 \cdot \sum_j (j+1) \sum_{g,v} \sum_{g',v'} \hat{g} \hat{g}' \left(\frac{1}{\hat{g}} \right)^2 \\
 &\quad \cdot \hat{g} \hat{g}' \cdot \hat{g}_{vv'} \cdot (T_{Rest}^{j,g}) \cdot (T_{Rest}^{j,g'})^* = \\
 &= P \cdot \left(\frac{1}{\hat{g}_1 \hat{g}_2} \right)^2 \sum_j (j+1) \sum_{g,v} |T_{Rest}^{j,g}|^2
 \end{aligned}
 \tag{A6.5}$$

Die Multipolarität des Gesamtübergangs g und damit ihre Projektion m_g kann, wie dem einzigen $6j$ -Symbol in Gleichung (A5.22) zu entnehmen ist, im allgemeinen einen relativ großen Wertebereich durchlaufen. Als eine Folge der Kollinearität kristallisierte sich z.B. in Gleichung (A5.21) die Auswahlregel $m_g = v$ heraus, wobei v die Projektion des Relativdrehimpulses des auslaufenden Pions ist, und bei der p -Welle aus maximal drei Elementen besteht; die Summe über m_g ist somit stark eingeschränkt.

In der nachfolgenden Betrachtung wird gezeigt, daß die Projektion v noch einer zusätzlichen Restriktion unterliegt. Dazu ist es ausreichend, das Augenmerk auf die v -abhängigen Anteile der mit $T_{Rest}^{j,g}$ bezeichneten Restamplitude zu lenken:

Aus dieser Detailbetrachtung ergibt sich folgende spezielle Auswahlregel:

$$\nu = \alpha \quad ; \quad \alpha \in \{0, +1\}$$

$$\Rightarrow \alpha \text{ ist diagonal!}$$

Dieses Resultat hat für die p-Wellenrückstreuprozesse zur Folge, daß die Interferenzterme in der Winkelabhängigkeit verschwinden und lediglich Spinnonflip- ($\alpha = 0$) und Spinflip-querschnitte ($\alpha = 1$) addiert werden.

Unter diesem Aspekt resultiert für die Winkelabhängigkeit, die durch die Kugelflächenfunktion $Y_{p,\alpha}(k_\pi)$ gegeben ist, folgende schematische Darstellung:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &\propto \sum_{\alpha} (1 + \delta_{\alpha,1}) \left| \sum_P Y_{P,\alpha}(\hat{k}_\pi) \cdot T_{\text{Rest},j}^{j,j} \right|^2 = \\ &\sum_{\alpha} (1 + \delta_{\alpha,1}) \left| \sum_P \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Theta_{P,\alpha}(\nu_\pi) \cdot e^{i\alpha\varphi_\pi} \cdot T_{\text{Rest},j}^{j,j} \right|^2 = \\ &\sum_{\alpha} (1 + \delta_{\alpha,1}) \cdot e^{i\alpha\varphi_\pi} \cdot e^{-i\alpha\varphi_\pi} \left| \sum_P \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Theta_{P,\alpha}(\nu_\pi) \cdot T_{\text{Rest},j}^{j,j} \right|^2 = \\ &\sum_{\alpha} (1 + \delta_{\alpha,1}) \left| \sum_P \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Theta_{P,\alpha}(\nu_\pi) \cdot T_{\text{Rest},j}^{j,j} \right|^2 \end{aligned}$$

somit tritt keine azimuthale Winkelabhängigkeit mehr auf. Die Abhängigkeit vom polaren Produktionswinkel ϑ_π ist für die möglichen Kanäle wie folgt gegeben:

$$\begin{aligned}
 \text{s-wave: } & \quad P=0, \quad \alpha=0 \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \langle 4 \rangle_{0,0}(\vartheta_\pi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \\
 \text{p-wave } & \left\{ \begin{array}{l} P=1, \quad \alpha=0 \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \langle 4 \rangle_{1,0}(\vartheta_\pi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cdot \cos \vartheta_\pi \\ P=1, \quad \alpha=1 \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \langle 4 \rangle_{1,1}(\vartheta_\pi) = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \cdot \sin \vartheta_\pi \end{array} \right. \quad (\text{A6.7})
 \end{aligned}$$

Im weiteren zeigte sich, daß aus den Elementaramplituden $\widetilde{P}_n(\alpha, \beta, \gamma)$ der p-Wellen die Variable γ eliminierbar ist, und somit direkt im Betragsquadrat Eingang findet. Wird außerdem in der s-Wellenamplitude, in der stets $\gamma = 1$ gilt, ein Faktor $1/\sqrt{3}$ berücksichtigt, so ist zu erreichen, daß alle fünf Elementaramplituden nur noch von den Spin-Isospinfreiheitsgraden α bzw. β der Rückstreuung abhängen. Im gleichen Zug wird der triviale Faktor $\alpha (-1)^\alpha$ in diese neuen Elementaramplituden deren Konstruktion nachstehend einmal für den Fall des direkten Born-Terms vorgestellt wird, hineingezogen:

$$\widetilde{P}_n(\alpha, \beta, \gamma) = (4\pi)^2 \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \cdot f(n) \cdot C(\gamma, \alpha, n) \cdot d(\beta, n) \cdot \frac{f^{*2}}{m_\pi} \quad (\text{A6.8})$$

$$\widetilde{S}_5(\alpha, \beta, \gamma) = (4\pi)^2 \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \cdot C_5(\gamma, \alpha) \cdot d_5(\beta) \cdot \hat{v}_{\alpha,0} \cdot \hat{v}_{\beta,1} \quad (\text{A6.9})$$

$$\begin{aligned}
 & \hat{\alpha} \cdot (-1)^{\alpha} \cdot \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \cdot \frac{f}{m_n} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\right)^3 \cdot \hat{p}_1(\alpha, \beta, \gamma) = \\
 & = \frac{1}{2^5} \cdot \frac{1}{\pi^4} \cdot \frac{f}{\sqrt{4\pi}} \cdot \frac{\hbar c}{m_n} \cdot \frac{f^2}{4\pi} \cdot \frac{\hbar c}{\omega} \cdot 4\pi \cdot \frac{(\hbar c)^2}{m_n^2} \cdot (4\pi)^2 \cdot \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \cdot \\
 & \cdot (-1)^{\alpha+1} \cdot \hat{\alpha} \cdot (-1)^{\alpha} \cdot \hat{\beta} \cdot \hat{\gamma} \cdot z(\alpha) \cdot z(\beta) = \\
 & = \left(\frac{f}{\sqrt{4\pi}} \cdot \left(\frac{\hbar c}{m_n}\right)^3 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \right) \cdot \left(\frac{\hbar c}{\omega} \cdot \frac{f^2}{4\pi} \cdot (-1)^1 \cdot \hat{\alpha} \cdot \hat{\beta} \cdot z(\alpha) \cdot z(\beta) \right) \cdot \hat{\gamma} = \\
 & = \mathcal{C} \cdot \mathcal{F}_1(\alpha, \beta) \cdot \hat{\gamma}
 \end{aligned}
 \tag{A6.10}$$

$$\mathcal{C} = \frac{f}{\sqrt{4\pi}} \cdot \left(\frac{\hbar c}{m_n}\right)^3 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{4\pi}{3}}
 \tag{A6.11}$$

DB:	$\mathcal{F}_1(\alpha, \beta) = \frac{\hbar c}{\omega} \cdot \frac{f^2}{4\pi} \cdot (-1)^1 \cdot \hat{\alpha} \cdot \hat{\beta} \cdot z(\alpha) \cdot z(\beta)$
CB:	$\mathcal{F}_2(\alpha, \beta) = \frac{\hbar c}{\omega} \cdot \frac{f^2}{4\pi} \cdot (-1)^{\alpha+\beta} \cdot \hat{\alpha} \cdot \hat{\beta} \cdot z(\alpha) \cdot z(\beta)$
DA:	$\mathcal{F}_3(\alpha, \beta) = \frac{\hbar c}{\omega - E_A} \cdot \frac{f^{*2}}{4\pi} \cdot (-1)^1 \cdot \hat{\alpha} \cdot \hat{\beta} \cdot N(\alpha) \cdot N(\beta)$
CA:	$\mathcal{F}_4(\alpha, \beta) = \frac{\hbar c}{\omega + E_A} \cdot \frac{f^{*2}}{4\pi} \cdot (-1)^{\alpha+\beta} \cdot \hat{\alpha} \cdot \hat{\beta} \cdot N(\alpha) \cdot N(\beta)$

(A6.12)

$$z(0) = -\sqrt{3} \quad ; \quad z(1) = -\sqrt{2}$$

$$N(0) = -\frac{2}{\sqrt{3}} \quad ; \quad N(1) = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\frac{f^2}{4\pi} = 0.081 \quad ; \quad \frac{f^{*2}}{4\pi} = 0.35$$

Für die s-Welle ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$\begin{aligned}
 & \tilde{\alpha} \cdot (-1)^\alpha \cdot \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \cdot \frac{f}{m_\pi} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\right) \cdot \tilde{S}_5 = \\
 & = \frac{1}{2^5} \cdot \frac{1}{\pi^4} \cdot \frac{f}{\sqrt{4\pi}} \cdot \frac{\hbar c}{m_\pi} \cdot \tilde{\alpha} \cdot (-1)^\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 4\pi \cdot \left(\frac{\hbar c}{m_\pi}\right)^2 \cdot \\
 & \quad \cdot (4\pi)^2 \cdot \sqrt{4\pi} \cdot \tilde{\alpha}(\beta) = \\
 & = \left(\frac{f}{\sqrt{4\pi}} \cdot \left(\frac{\hbar c}{m_\pi}\right)^3 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{4\pi}{3}}\right) \cdot \left(\tilde{\alpha} \cdot (-1)^\alpha \cdot \tilde{\alpha}(\beta) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \hat{f} \cdot \hat{v}_{\alpha,0} \\
 & = \mathcal{C} \cdot G(\alpha, \beta) \cdot \hat{f} \quad (A6.13)
 \end{aligned}$$

$$G(\alpha, \beta) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \tilde{\alpha}(\beta) \cdot \tilde{\alpha} \cdot (-1)^\alpha \cdot \hat{v}_{\alpha,0}$$

(A6.14)

$$\tilde{\alpha}(0) = 3 \cdot \sqrt{3}^7 \cdot \frac{m_\pi}{\hbar c} \cdot \kappa_1$$

$$\tilde{\alpha}(1) = 3 \cdot \sqrt{3}^7 \cdot \sqrt{2}^7 \cdot \frac{m_\pi}{\hbar c} \cdot \kappa_2$$

$$\kappa_1 = 0.0065$$

$$\kappa_2 = 0.05$$

Nach all diesen vorbereitenden Schritten, die lediglich die Bildung des Betragsquadrats der T-Matrix in Gleichung (A6.1) vereinfachen sollten, ist nunmehr der Punkt erreicht, die endgültige Formel für den differentiellen Wirkungsquerschnitt in mb/sr der pionischen Fusion anzugeben. Zunächst seien nochmals kurz die Referenzen für nachfolgende Größen zusammengestellt:

$\mathcal{P}$	: Gleichung (A6.2)
$\mathcal{C}$	: Gleichung (A6.11)
F_{IS}	: Gleichung (A6.12)
G	: Gleichung (A6.14)
$1/\sqrt{2\pi} \mathcal{P}_{p,\alpha}$	: Gleichung (A6.7)
$m^{(1)}$	: Gleichung (A5.16)
$m^{(2)}$	: Gleichung (A5.17)
$\mathcal{T}$	: Gleichung (A5.18)
$\tilde{v}(q, p)$	: Gleichungen (6.29/30)
$\Phi_{NL}(q)$	: Gleichung (6.27)

ANHANG A7

A7.1. Skizzierte Ableitungen von Vielteilchen-Matrixelementen

In diesem Abschnitt wenden wir uns der Berechnung der im Spin-Isospinraum reduzierten Vielteilchen-Matrixelemente m_{fi} zu, wie sie z.B. in den Gleichungen 5.14 bzw. 5.15 definiert sind:

$$m_{fi}(\alpha_1, \ell_1, \alpha_2, \ell_2, j_1, j_2) =$$

$$= \langle R_N^*(j_1, \ell_1) || \sum_{j \in H_2} \tau_j^z \cdot \langle \alpha_2, \ell_2 || \chi_{\ell_2}(y_j) \times \tau_j^z || \alpha_1, \ell_1 \rangle || (j_2, \ell_2) \hat{H}_2 \rangle \quad (A7.1)$$

Wir beschränken uns auf das Problem, die Wellenfunktion für n Nukleonen in einer Schale j zu finden. Im Schema der jj -Kopplung gibt es einen definierten Eigenwert J zum totalen Drehimpulsoperator J . Jedes Nukleon besitzt den Isospinvektor $\underline{t}$, der über alle Teilchen aufsummiert den Gesamtisospinoperator $\underline{T}$ mit dem Eigenwert T ergibt.

Schematisch erfolgt die Konstruktion der Vielteilchenwellenfunktion derartig, daß wir von einer Zweiteilchenfunktion mit Pauli-erlaubten Spin(J_0)-Isospin(T_0)-Eigenwerten starten. Unter Verwendung der Vektoradditionskoeffizienten bilden wir die Summe der Produkte dieser Wellenfunktion mit der des dritten Nukleons. Dieses Verfahren ist gegebenenfalls bis zum n -ten Nukleon zu iterieren. Details zu dieser Prozedur können z.B. dem Lehrbuch von deShalit und Talmi (dST 63) entnommen werden. Kehren wir zu dem Problem zurück, eine Dreiteilchenwellenfunktion zu

konstruieren. Die i.a. nicht antisymmetrische Produktwellenfunktion lautet:

$$\psi [j_1^2 (T_0 J_0) j_2 T J] \quad (A7.2)$$

Unter der Voraussetzung, daß die Zweiteilchenfunktion bereits antisymmetrisch ist, folgt nach Antisymmetrisierung von Gleichung (A7.2) und anschließendem Umkoppeln für die normalisierte Wellenfunktion:

$$\psi (j_1^3 T J) = \sum_{T_1 J_1} [j_1^2 (T_1 J_1) j_2 T J] \cdot \psi [j_1^2 (T_1 J_1) j_2 T J] \quad (A7.3)$$

Die reellen orthonormierten Entwicklungskoeffizienten sind die c.f.p.'s (Coefficients of fractional parentage), die tabellarisch vorliegen (BGL 79)

Um dem Pauliprinzip genüge zu leisten, muß für die Summationsindizes gelten: $(T_1 + J_1)$ ist ungerade.

Die oben eingeführten c.f.p. sind sehr nützlich, bei der Auswertung von Matrixelementen von Einteilchenoperatoren $\sum_i F^{(1)}(i)$.

Für den uns interessierenden Fall, daß obiger Operator $F^{(1)}(i)$ ein Produkt aus einem irreduziblen Tensoroperator $f^{(k)}$ der Stufe k im Orts-Spin-Raum und eines weiteren Tensors $h^{(r)}$ der Stufe r ($\in \{0, 1\}$) ist, erhalten wir für das reduzierte Matrixelement des Einteilchenoperators

$$\begin{aligned}
 & \langle j^n \alpha T J \parallel \sum_{i=1}^n f^{(k)}(i) \cdot h^{(r)}(i) \parallel j^n \alpha' T' J' \rangle = \\
 & = n \cdot \langle j \parallel f^{(k)} \parallel j \rangle \cdot \langle \frac{1}{2} \parallel h^{(r)} \parallel \frac{1}{2} \rangle \cdot \hat{T} \cdot \hat{T}' \cdot \hat{J} \cdot \hat{J}' \cdot \\
 & \cdot \sum_{\alpha_1 T_1 J_1} [j^n \alpha T J \{ j^{n-1} (\alpha_1 T_1 J_1) j T J \} \cdot \\
 & \cdot [j^{n-1} (\alpha_1 T_1 J_1) j T' J' \{ j^n \alpha' T' J' \} \cdot \\
 & (-1)^{T_1 + \frac{1}{2} + T + r + J_1 + J + J + k} \cdot \\
 & \cdot \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & r \\ T' & T & T_1 \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} j & j & k \\ J' & J & J_1 \end{matrix} \right\}
 \end{aligned}$$

(A7.4)

In dem zusätzlichen Index α können mehrere Quantenzahlen subsummiert sein; die wichtigste ist aber wohl die Seniorität ν des betrachteten Zustandes, die die Anzahl der ungepaarten Nukleonen, wie sie sich im Rahmen einer konventionellen Schalenmodellbeschreibung ergeben kann, angibt. Unter diesem Gesichtspunkt lassen sich die Vielteilchenmatrixelemente in vielen Fällen noch weiter vereinfachen. Wir klassifizieren nach der Summe aus den Tensorrängen k und r , und geben ausschließlich die Endergebnisse an, wobei Details, wie die c.f.p.'s wiederum (dST 63, BGL 79) zu entnehmen sind.

1. Die Matrixelemente eines skalaren Operators ($k = r = 0$):

$$\begin{aligned}
 & \langle j^n \nu T J \parallel \sum_{i=1}^n f^{(0)}(i) \cdot h^{(0)}(i) \parallel j^n \nu T J \rangle = \\
 & = n \cdot \frac{\hat{T} \cdot \hat{J}}{\sqrt{2} \cdot \hat{J}} \cdot \langle \frac{1}{2} \parallel h^{(0)} \parallel \frac{1}{2} \rangle \cdot \langle j \parallel f^{(0)} \parallel j \rangle
 \end{aligned}
 \tag{A7.5}$$

2. $(k + r)$ ist ungerade:

Wie leicht gezeigt werden kann (dST 63), sind die Erwartungswerte für ungerade Doppeltensoroperatoren diagonal in der Seniorität und unabhängig von v .

$$\begin{aligned} & \langle j^n v T f \parallel \sum_{i=1}^n f^{(k)}(i) \cdot h^{(r)}(i) \parallel j^n v T' f' \rangle = \\ & = \langle j^v v T f \parallel \sum_{i=1}^v f^{(k)}(i) \cdot h^{(r)}(i) \parallel j^v v T' f' \rangle \end{aligned} \quad (A7.6)$$

3. $(k + r) > 0$ gerade

Im Falle gerader Doppeltensoroperatoren treten nichtverschwindende Matrixelemente von Zuständen mit verschiedener Seniorität v und v' auf. Aus der Definition derselben folgt, daß v und v' höchstens um die Zahl 2 differieren können:

$$\begin{aligned} & \langle j^n v T f \parallel \sum_{i=1}^n f^{(k)}(i) \cdot h^{(r)}(i) \parallel j^n (v-2) T' f' \rangle = \\ & = \sqrt{\frac{(n-v+2) \cdot (4j+4-n-v)}{2(4j+4-2v)}} \cdot \\ & \cdot \langle j^v v T f \parallel \sum_{i=1}^v f^{(k)}(i) \cdot h^{(r)}(i) \parallel j^v (v-2) T' f' \rangle \end{aligned} \quad (A7.7)$$

Für den Fall $v = v'$ erhalten wir:

$$\begin{aligned} & \langle j^n v T f \parallel \sum_{i=1}^n f^{(k)}(i) \cdot h^{(r)}(i) \parallel j^n v T' f' \rangle = \\ & = \frac{4j+2-2n}{4j+2-2v} \langle j^v v T f \parallel \sum_{i=1}^v f^{(k)}(i) \cdot h^{(r)}(i) \parallel j^v v T' f' \rangle \end{aligned} \quad (A7.8)$$

Schließlich sollen noch die reduzierten Vielteilchenmatrixelemente, die konkrete Anwendung fanden, aber nicht schalenmodellmäßig erfaßt wurden (also ^3He , ^4He) ohne größere Kommentierung berechnet werden.

A7.2. ^3He -Vielteilchen-Matrixelemente

Das Vielteilchen-Matrixelement aus Gleichung (5.14) lautet für das A = 3-System:

$$m_{fi}(Q_i, l_2, \alpha, I_2; \beta) = \langle \Psi_j, S_{\eta_2}^3, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \parallel \sum_{j=1}^3 [L_{\eta_2} S_{\alpha}]^{I_2} \cdot \tau^{\beta} \parallel \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1; S_{\eta_2}^3, \Psi \rangle \quad (\text{A7.9})$$

Da im vorliegenden Fall nur ein Übergang mit Bahndrehimpuls $l_2 = 0$ im betrachteten Fragment möglich ist, lautet der Spin-Bahn-Operator somit:

$$[L_{\eta_2} S_{\alpha}]^{I_2} = j_0(Q v_j) \cdot [Y_0(\hat{v}_j) \times \vec{S}_j^{\alpha}]^{I_2} \cdot \delta_{I_2, \alpha} \quad (\text{A7.10})$$

1. $\alpha = \beta = 0$; verwende Gleichung (A7.5)

$$\begin{aligned} m_{fi}(Q_i, 0, 0, 0; 0) &= 3 \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \cdot \langle \frac{1}{2} \parallel \vec{S}_j^0 \parallel \frac{1}{2} \rangle \\ &\quad \cdot \langle R_{os}, \frac{1}{2} \parallel j_0(Q v_j) \cdot Y_0(\hat{v}_j) \cdot S_j^0 \parallel R_{os} \rangle \\ &= 3 \cdot \sqrt{2} \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \cdot \langle R_{os} \mid j_0(Q v_j) \mid R_{os} \rangle \\ m_{fi}(Q_i, 0, 0, 0; 0) &= 6 \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \cdot m_r(Q) \end{aligned} \quad (\text{A7.10})$$

Hierzu sind die reduzierten Spin-Isospin-Matrixelemente jetzt und im folgenden Anhang A3 zu entnehmen. Wogegen das Radialmatrixelement im Anschluß konkretisiert wird.

2. $\alpha + \beta$ ungerade; verwende Gleichung (A7.6)

$$\begin{aligned}
 m_{fi}(Q; 0, 1, 1, 0) &= m_{fi}(Q; 0, 0, 0, 0; 1) = \\
 &= \langle \xi_{1/2, 1, 1/2, 1/2} \parallel \sum_{i=1}^{\alpha+\beta} j_i(Q y_i) \cdot [\gamma_0(\hat{y}_i) \chi_{\sigma_j}^{\alpha}]^{\alpha} \cdot \tau_j^{\beta} \parallel \xi_{1/2, 1, 1/2, 1/2} \rangle \\
 &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \langle R_{0s} | j_0(Q y_j) | R_{0s} \rangle \\
 &= 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \cdot m_r(Q)
 \end{aligned}
 \tag{A7.11}$$

3. $\alpha + \beta$ gerade, da $v = v'$; verwende Gleichung (A7.8)

$$\begin{aligned}
 m_{fi}(Q; 0, 1, 1, 1) &= \\
 &= \langle \xi_{1/2, 1, 1/2, 1/2} \parallel \sum_{i=1}^{\alpha+\beta} [L_0 \xi_{A_i}]^1 \cdot \tau^1 \parallel \xi_{1/2, 1, 1/2, 1/2} \rangle = \\
 &= \frac{2+2}{2+2-2 \cdot 1} \cdot \langle \xi_{1/2, 1, 1/2, 1/2} \parallel \sum_{i=1}^{\alpha+\beta} [L_0 \xi_{A_i}]^1 \tau^1 \parallel \xi_{1/2, 1, 1/2, 1/2} \rangle = \\
 &= -1 \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{6} \cdot \langle R_{0s} | j_0(Q y_j) | R_{0s} \rangle \\
 &= -6 \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \cdot m_r(Q)
 \end{aligned}
 \tag{A7.12}$$

Zusammenfassung:

α	β	m_{fi}
0	0	$6 \cdot 1/\sqrt{4\pi} \cdot m_r(Q)$
0	1	$2\sqrt{3} \cdot 1/\sqrt{4\pi} \cdot m_r(Q)$
1	0	$2\sqrt{3} \cdot 1/\sqrt{4\pi} \cdot m_r(Q)$
1	1	$-6 \cdot 1/\sqrt{4\pi} \cdot m_r(Q)$

(A7.13)

Schlußendlich bleibt noch die Spezifikation der orbitalen Matrixelemente $m_r(Q)$. Dazu betrachten wir zuerst die Vielteilchendichte $\rho(r)$

$$\begin{aligned}
 \rho(r) &= \langle \varphi_{0s}(1) \dots \varphi_{0s}(N) | \sum_{i=1}^N \delta(r - r_i) | \varphi_{0s}(1) \dots \varphi_{0s}(N) \rangle = \\
 &= H \int r_1^2 \cdot dr_1 \cdot d\Omega_1 \cdot \varphi_{0s}(r_1) \cdot \delta(r - r_1) \cdot \varphi_{0s}(r_1) \cdot \dots \cdot \varphi_{0s}(r_N) = \\
 &= \frac{H}{4\pi} \int r_1^2 \cdot dr_1 \cdot d\cos\vartheta_1 \cdot d\varphi_1 \cdot \frac{1}{r_1^2} \cdot \delta(r - r_1) \cdot \delta(\varphi - \varphi_1) \cdot \delta(\cos\vartheta - \cos\vartheta_1) \cdot \varphi_{0s}^2(r_1) = \\
 &= H \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot R_{0s}^2(r)
 \end{aligned}$$

Der auf die Gesamtmasse normierte Formfaktor ist gegeben durch:

$$\begin{aligned}
 F(q) &= \frac{1}{H} \cdot \int e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \cdot \rho(r) \cdot d^3r \\
 &= \frac{4\pi}{H} \cdot \sqrt{4\pi} \cdot \sum_{l,m} i^l \cdot Y_{lm}(\hat{q}) \int d^3r \cdot j_l(qr) \cdot Y_{lm}^*(\hat{r}) \cdot \varphi_{0s}^2(r) \\
 &\quad \cdot \frac{H}{4\pi} \cdot R_{0s}^2(r) \\
 &= \int r^2 \cdot dr \cdot j_0(qr) \cdot R_{0s}^2(r)
 \end{aligned}$$

(A7.14)

somit gilt: $m_r(q) = F(q)$

Im vorliegenden Falle wählten wir für den Formfaktor für ^3He die nachstehend aufgeführte Parametrisierung von Sick et al. (SMW 76), die die experimentellen Werte für den Formfaktor in einem Wertebereich von $0 \leq q \leq 4.5 \text{ fm}^{-1}$ hervorragend wiedergibt. Aus programmtechnischen Gründen mußte jedoch auf den von Sick angegebenen Korrekturterm, der lediglich das Minimum auffüllt, verzichtet werden:

$$F_s^{^3\text{He}}(q) = e^{-a^2 q^2} - (b^2 q^2) \cdot e^{-c^2 q^2}$$

$$a = 0.675 \text{ fm}$$

$$b = 0.366 \text{ fm}$$

$$c = 0.836 \text{ fm}$$

(A7. 15)

A7.3. ^4He -Vielteilchen-Matrixelemente

Für das 4-er-System ist die Sachlage noch leichter zu übersehen, als im vorangehenden Abschnitt. Wie bereits in Kapitel (7.3) ausführlich erläutert wurde, hat der ^4He -Kern nur die Funktion eines Rückstreuers, d.h. es findet modellmäßig kein Spin-Isospinflip statt, was auch sinnvoll ist, da ^4He das einzige stabile 4-er-System ist. Somit kann der Doppeltensoroperator aus Gleichung (A7.1) nur ein Skalar sein, was die Anwendung von Gleichung (A7.5) impliziert:

$$\alpha = \beta = 0$$

$$\begin{aligned} m_{fi}(Q; 0, 0; 0) &= \\ &= \langle \psi_1 s_{1/2}, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \parallel \sum_{j=1}^4 j_0(Q v_j) \cdot [Y_0(\hat{v}_j) x \hat{v}_j^0] \cdot \\ &\quad \cdot \tau_j^0 \parallel \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, 0; \psi \rangle \end{aligned} \quad (\text{A7.16})$$

$$\begin{aligned} &= 4 \cdot \frac{1 \cdot 1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \cdot \langle \frac{1}{2} \parallel \tau_j^0 \parallel \frac{1}{2} \rangle \cdot \\ &\quad \cdot \langle R_{0s}, \frac{1}{2} \parallel j_0(Q v_j) \cdot Y_0(\hat{v}_j) \cdot \tau_j^0 \parallel R_{0s}, \frac{1}{2} \rangle = \\ &= 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \cdot \langle R_{0s} \parallel j_0(Q v_j) \parallel R_{0s} \rangle \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$m_{fi}(x; 0, 0; 0) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \cdot \mathcal{F}_s^{^4\text{He}}(Q) \quad (\text{A7.17})$$

In voller Analogie zum vorangehenden Abschnitt identifizieren wir das Radialmatrixelement mit dem Formfaktor des ^4He -Kerns. Konkret parametrisieren wir wiederum diesen Formfaktor auf die von Sick et al. (SMW 76) vorgeschlagene Art:

$$F_s^{^4\text{He}}(q) = (1 - (a^2 q^2)^6) \cdot e^{-b^2 q^2}$$

$$a = 0.316 \text{ fm}$$

$$b = 0.675 \text{ fm}$$

(A7.18)

LITERATURVERZEICHNIS

- Abi 76 D. Abischer et al.
Nucl. Phys. B 106 (1976) 214
- Ajz 72 F. Ajzenberg-Selove
Nucl. Phys. A 190 (1972) 1
- Arm 81 P. Armbruster
Z. Phys. 300 (1981) 107
- Asl 82 E. Aslanides et al.
Phys. Lett. 108 B (1982) 91
- Bal 63 A. Baldin, W. Goldanski
"Kinematik der Kernreaktionen"
Akademie Verlag Berlin 1963
- Ber 77 G. Bertsch
Phys. Rev. C 15 (1977) 713
- BGl 79 P.J. Brussaard, P.W.M. Glaudemans
"Shell Model Applications in Nuclear Spectroscopy"
North Holland 1979
- Bim 82 L. Bimbot et al.
Phys. Lett 114 B (1982) 311
- Bos 78 P. Bosted, J.M. Laget
Nucl. Phys. A 296 (1978) 413
- Bor 81 Y. Le Bornec et al.
Phys. Rev. Lett. 47 (1981) 1870
- Bor 82 Y. Le Bornec, N. Willis
AIP Conf. Proc. 79 (1982) 155
- Bug 73 D. V. Bugg, A. A. Carter
Phys. Lett 44 B (1973) 278
- Cug 81 J. Cugnon et al.
Nucl. Phys. A 360 (1981) 444
- Dil 82 M. Dillig et al.
AIP Conf. No 79 (1982) 275
- dST 63 A. de-Shalit I. Thalmi
Nuclear Shell Theory
Academic Press, N.Y. 1963

- Edm 57 A.R. Edmonds
"Angular Momentum in Quantum Mechanics"
Princeton Univ. Press 1957
- Egg 75 J. Eggermann et al.
Z. Phys. A 273 (1975) 273
- Fea 81 H.W. Fearing
Proc. Part. Nucl. Phys. 7 (1981) 113
- Fer 50 E. Fermi
Prog. Theor. Phys. 5 (1950) 570
- Fes 67 H. Feshbach
Ann. of Phys. 41 (1967) 230
- GeW 81 J.F. Germond, C. Wilkin
AIP Conf. No. 79 (1982) 411
- GeW 83 J.F. Germond, C. Wilkin
priv. Mitteilung
- Hän 78 R. Händel
Dissertation Univ. Erlangen 1978
- Hee 84 V. Heer
Diplomarbeit Univ. Erlangen 1984
- Hof 82 J. Hoftiezer
Nucl. Phys. A 402 (1983) 429
- Hof 84 S. Hofmann et al.
Phys. Bl. 40 (1984) 188
- Hop 83 H.G. Hopf
Dissertation Univ. Erlangen 1983
- Hub 78 M.G. Huber, M. Dillig
Proc. of the Workshop on High Resolution Heavy
Ion Physics
Saclay 1978
- Hub 79 M.G. Huber, K. Klingenberg
Nukleonika 24 (1979) 95
- Hub 82a M. G. Huber, K. Klingenberg
AIPCP 79 (1982) 389
- Hub 82b M. G. Huber, K. Klingenberg, W. Knüpfer
Lecture Notes in Physics 158 (1982) 421
- Hub 83 M.G. Huber, K. Klingenberg, R. Hupke
Nucl. Phys. A 396 (1983) 191
- Hup 81 R. Hupke
Diplomarbeit Univ. Erlangen 1981
- Jak 83 B. Jakobson
Phys. Ser. T5 (1983) 207

- Kis 73 L.S. Kisslinger, W.L. Wang
Phys. Rev. Lett 30 (1973) 1071
- Kis 76 L.S. Kisslinger, W.L. Wang
Ann. Phys. (N.Y.) 99 (1976) 374
- Kli 79 K. Klingenberg
Phys. Lett. 85 B (1979) 21
- Kli 80 K. Klingenberg, M.G. Huber
Phys. Rev. C 22 (1980) 681
- Kli 81a K. Klingenberg et al.
Phys. Rev. Lett. 47 (1981) 1654
- Kli 81b K. Klingenberg et al.
Proc. 9th Int. Conf. on High Energy Physics and
Nucl. Structure
Versailles (1981) 424
- Kli 83 K. Klingenberg
Habilitation Universität Erlangen 1983
- Kno 84 J. Knoll, R. Shyam
Phys. Lett. 136 B (1984) 221
- Knü 82 W. Knüpfner, M.G. Huber
Proc. Int. Conf. on Nucleus-Nucleus Collisions
MSU (1982)
- Kol 66 Koltun, Reitan
Phys. Rev. 141 (1966) 1413
- Lac 80 M. Lacombe et al.
Phys. Rev. C 21 (1980) 861
- Lac 81 M. Lacombe et al.
Phys. Lett. 101 B (1981) 139
- Max 80 O. V. Maxwell, W. Weise, M. Brack
Nucl. Phys. A 348 (1980) 388
- Mer 84 T. Mertelmeier
priv. Mitteilung
- Met 84 B. Metsch
priv. Mitteilung
- Mos 66 Magnus, Oberhetting, Soni
Springer-Verlag 1966
- Nag 78 P. Nagels et al.
Nucl. Phys. B 147 (1978) 189

- Nag 83 S. Nagamiya
Proc. Int. Conf. on Nucleus-Nucleus Collisions
MSU (1982)
- Nis 77 J.A. Niskanen
Nucl. Phys. A 298 (1978) 417
- Ose 82 Oset, Toki, Weise
Phys. Rep. 83 (1982) 281
- San 81 A.M. Sandorfi et al.
Phys. Rev. Lett. 47 (1981) 884
- Sat 82 H. Satz
Phys. Rep. 88 (1982) 349
- Sch 84 W. Schott, P. Kienle
priv. Mitteilung
- Sel 76 Th. Seligmann, W. Zahn
J. Phys. G 2 (1976) 79
- SHW 76 I. Sick et al.
Phys. Rev. C 15 (1977) 1396
- Sto 83 H. Stöcker et al.
Nucl. Phys. 7400 (1983) 63c
- Vas 80 H. Vasak et al.
Phys. Lett. 93 B (1980) 243
- Vig 82 S.E. Vigdor et al.
Proc. Int. Conf. on Nucl. Structure
Amsterdam (1982)
- War 82 T. Ward
priv. Mitteilung
- Wei 67 S. Weinberg
Phys. Rev. Lett. 18 (1967) 188
- Wei 75 G.E. Brown, W. Weise
Phys. Ref. C 22 (1975) 909
- Wei 82 W. Weise
Nucl. Phys. A 374 (1982) 505c
- Wil 74 K. Wilson
Phys. Rev. D 10 (1974) 2445

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. M. G. Huber für die Überlassung dieser hochaktuellen Arbeit; sein engagiertes Interesse und die zahlreichen gemeinsamen Diskussionen waren hilfreiche Faktoren, die Arbeit in der vorliegenden Form fertig zustellen.

Herrn Dr. K. Klingenbeck danke ich für seine stete Bereitschaft zu zahlreichen klärenden Diskussionen sowie seine kompetenten Beiträge bei der Formulierung neuer, unkonventioneller Ideen.

Mein Dank gilt auch Herrn Dr. B. Metsch für die kollegiale Zusammenarbeit, insbesondere für die programmtechnische Abwicklung des von ihm zur Verfügung gestellten Schalenmodellcodes.

Schließlich sei noch Frau Judith Regn für die zügige Erledigung der anfallenden Schreibarbeiten, sowie allen Mitgliedern des Instituts für die zahlreichen fruchtbaren Diskussionen und Anregungen gedankt.

L E B E N S L A U F

Name:	<u>Rolf</u> Rüdiger H U P K E
Geburtstag und -ort:	23. Oktober 1955 in Düsseldorf
Familienstand:	verheiratet seit 22. September 1978 Ehefrau Gerda Hupke, geb. Weiß Tochter Rebecca, geb. 17. April 1982
wohnhaf:	Heidestraße 8, 8501 Eckental
Eltern:	Heinz Hupke Marianne Hupke, geb. van Holt

Persönlicher Werdegang:

September 1961 - August 1967	Volksschule in München
September 1967 - August 1971	Realschule in Herzogenaurach
September 1971 - Juni 1973	Fachoberschule in Erlangen
Oktober 1973 - Juni 1974	Fachhochschule in München
August 1974 - November 1975	Grundwehrdienst
November 1975	Studium der Physik an der Universität Erlangen-Nürnberg
November 1977	Vordiplom in Physik
August 1981	Diplomprüfung in Physik
1. September - 31. Dezember 1981	Wissenschaftliche Hilfskraft an der Universität Erlangen-Nürnberg, Institut für Theoretische Physik III
seit 1. Januar 1982	Wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Theoretische Physik III (Prof. Dr. M. G. Huber)

Eckental, 24. September 1984

